

ಈ ಅಭ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು/ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪದೇ ಪದೇ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

$\sin\theta = \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} \div \text{ವಿಕರ್ಣ}$
$\cos\theta = \text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು} \div \text{ವಿಕರ್ಣ}$
$\tan\theta = \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} \div \text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು}$

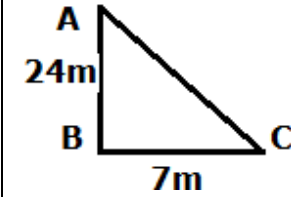
11.1.1.  $\triangle ABC$  ಯಲ್ಲಿ, B ಯಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ.  $AB = 24\text{cm}$ ,  $BC = 7\text{cm}$  ಆದರೆ ಇವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- i)  $\sin A$ ,  $\cos A$   
ii)  $\sin C$ ,  $\cos C$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625 = 25^2 \quad \therefore AC = 25$$

$$\sin A = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{25} \quad \cos A = \frac{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{25}$$

$$\sin C = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{25} \quad \cos C = \frac{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{25}$$

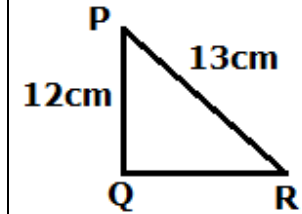


11.1.2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ  $\tan P - \cot R$  ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 \Rightarrow QR^2 = PR^2 - PQ^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2 \quad \therefore QR = 5$$

$$\tan P = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು}} = \frac{QR}{PQ} = \frac{5}{12} \quad \cot R = \frac{\text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}} = \frac{QR}{PQ} = \frac{5}{12}$$

$$\tan P - \cot R = \frac{5}{12} - \frac{5}{12} = 0$$

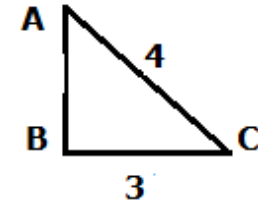


11.1.3.  $\sin A = \frac{3}{4}$  ಆದರೆ,  $\cos A$  ಮತ್ತು  $\tan A$  ಬೆಲೆ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

$$\sin A = \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} \div \text{ವಿಕರ್ಣ} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = AC^2 - BC^2 = 4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7 \therefore AB = \sqrt{7}$$

$$\cos A = \text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು} \div \text{ವಿಕರ್ಣ} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \tan A = \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} \div \text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು} = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{\sqrt{7}}$$



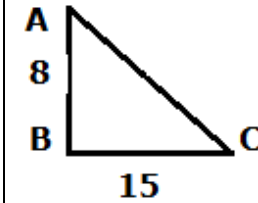
11.1.4.  $15 \cot A = 8$  ಆದರೆ,  $\sin A$  ಮತ್ತು  $\sec A$  ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$15 \cot A = 8 \therefore \cot A = \frac{8}{15}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2 \therefore AC = 17$$

$$\cot A = \text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು} \div \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{15}$$

$$\sin A = \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} \div \text{ವಿಕರ್ಣ} = \frac{BC}{AC} = \frac{15}{17} \quad \sec A = \text{ವಿಕರ್ಣ} \div \text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು} = \frac{17}{8}$$



11.1.5.  $\sec \theta = \frac{13}{12}$  ಆದರೆ, ಉಳಿದ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\sec \theta = \text{ವಿಕರ್ಣ} \div \text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು} = \frac{AC}{BC} = \frac{13}{12}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = AC^2 - BC^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2 \therefore AB = 5$$

$$\sin \theta = \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} \div \text{ವಿಕರ್ಣ} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{13}$$

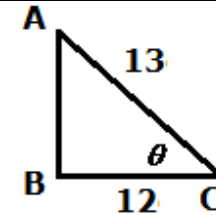
$$\operatorname{cosec} \theta = \text{ವಿಕರ್ಣ} \div \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} = \frac{AC}{AB} = \frac{13}{5}$$

$$\cos \theta = \text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು} \div \text{ವಿಕರ್ಣ} = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{13}$$

$$\sec \theta = \text{ವಿಕರ್ಣ} \div \text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು} = \frac{AC}{BC} = \frac{13}{12}$$

$$\tan \theta = \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} \div \text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{12}$$

$$\cot \theta = \text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು} \div \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{5}$$



11.1.6.  $\angle A$  ಮತ್ತು  $\angle B$  ಲಘುಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದು  $\cos A = \cos B$  ಆಗಿದೆ.  $\angle A = \angle B$  ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

$\cos A = \cos B$   $CD \perp AB$  ಎಳೆದಿದೆ.

$$\frac{AD}{AC} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC} = k \text{ ಆಗಿರಲಿ } \Rightarrow AD = kBD \text{ \& } AC = kBC$$

$$\Delta ACD \text{ ಯಲ್ಲಿ } CD^2 = AC^2 - AD^2 \text{ -----(1)}$$

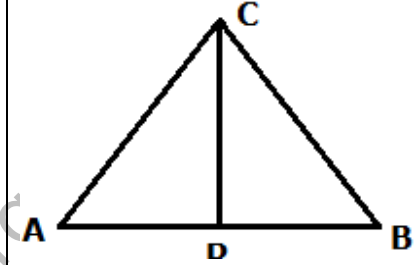
$$\Delta BCD \text{ ಯಲ್ಲಿ } CD^2 = BC^2 - BD^2 \text{ -----(2)}$$

$$(1) = (2) \Rightarrow AC^2 - AD^2 = BC^2 - BD^2$$

$$(kBC)^2 - (kBD)^2 = BC^2 - BD^2 \text{ ( } \because AC = kBC \text{ \& } AD = kBD \text{)}$$

$$k^2 (BC^2 - BD^2) = BC^2 - BD^2 \Rightarrow k^2 = 1 \Rightarrow k = 1$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = k = 1 \Rightarrow AC = BC \Rightarrow \Delta ACB \text{ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ } \therefore \angle A = \angle B$$



11.1.7.  $\cot A = \frac{7}{8}$  ಆದರೆ, (i)  $\frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$  ii)  $\cot^2 \theta$  ಒಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

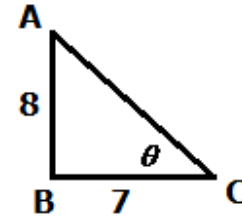
$$\cot \theta = \text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು} \div \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{8} \therefore \cot^2 \theta = \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{49}{64}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 8^2 + 7^2 = 64 + 49 = 113 \therefore AC = \sqrt{113}$$

$$(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta) = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{8}{\sqrt{113}}\right)^2 = 1 - \frac{64}{113} = \frac{113 - 64}{113} = \frac{49}{113} \text{ -----(1)}$$

$$(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta) = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{7}{\sqrt{113}}\right)^2 = 1 - \frac{49}{113} = \frac{113 - 49}{113} = \frac{64}{113} \text{ -----(2)}$$

$$(1) \text{ ನ್ನು } (2) \text{ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ } \frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)} = \frac{49}{64}$$



11.1.8.  $3 \cot A = 4$  ಆದರೆ,  $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = \cos^2 A - \sin^2 A$  ಆಗಿದೆಯೇ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

$$3 \cot A = 4 \quad \therefore \cot A = \frac{4}{3}$$

$$\cot A = \text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು} \div \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{3}$$

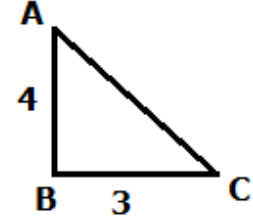
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \quad \therefore AC = 5$$

$$(1 - \tan^2 A) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 - \frac{9}{16} = \frac{16 - 9}{16} = \frac{7}{16} \quad \text{-----(1)}$$

$$(1 + \tan^2 A) = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 + \frac{9}{16} = \frac{16 + 9}{16} = \frac{25}{16} \quad \text{-----(2)}$$

$$(1) \text{ ನ್ನು } (2) \text{ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ } \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = \frac{7}{25} \quad \text{-----(3)}$$

$$\cos A = \frac{4}{5} \quad \& \quad \sin A = \frac{3}{5} \quad \therefore \cos^2 A - \sin^2 A = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16 - 9}{25} = \frac{7}{25} \quad \text{-----(4)} \quad \Rightarrow (3) = (4)$$



11.1.9.  $\Delta ABC$  ಯಲ್ಲಿ,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$  ಆದರೆ

i)  $\sin A \cos C + \cos A \sin C$

ii)  $\cos A \cos C - \sin A \sin C$  ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

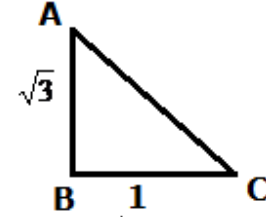
$$\tan A = \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} \div \text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1^2 + \sqrt{3}^2 + 1^2 = 3 + 1 = 4 \therefore AC = 2$$

$$\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2} \quad \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \& \quad \sin C = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\sin A \cdot \cos C + \cos A \cdot \sin C = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} * \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

$$\cos A \cdot \cos C - \sin A \cdot \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2} * \frac{1}{2} - \frac{1}{2} * \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$



11.1.10.  $\Delta PQR$  ನಲ್ಲಿ  $\angle Q = 90^\circ$ ,  $PR + QR = 25\text{cm}$  ಮತ್ತು  $PQ = 5$  ಆಗಿದೆ  $\sin P$ ,  $\cos P$  ಮತ್ತು  $\tan P$  ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$PR = x$  ಆಗಿರಲಿ

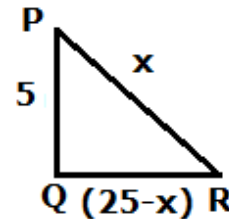
$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 \Rightarrow x^2 = 5^2 + (25-x)^2 = 25 + 625 + x^2 - 50x = 650 + x^2 - 50x$$

$$\Rightarrow 0 = 650 - 50x$$

$$\therefore 50x = 650 \therefore x = 13 \Rightarrow PR = 13 \quad \& \quad QR = 25 - x = 25 - 13 = 12$$

$$\sin P = \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} \div \text{ವಿಕರ್ಣ} = \frac{QR}{PR} = \frac{12}{13} \quad \cos P = \text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು} \div \text{ವಿಕರ್ಣ} = \frac{PQ}{PR} = \frac{5}{13}$$

$$\tan P = \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} \div \text{ಪಾಶ್ಚಾತ್ಯ ಬಾಹು} = \frac{QR}{PQ} = \frac{12}{5}$$



11.1.11. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯೇ ಅಥವಾ ತಪ್ಪು ತಿಳಿಸಿ. ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

	ಹೇಳಿಕೆಗಳು	ಉತ್ತರ	ಕಾರಣಗಳು
(i)	$\tan A$ ಬೆಲೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.	ತಪ್ಪು	ಸಮಸ್ಯೆ 11.1.10. ರಲ್ಲಿ $\tan P = \frac{12}{5} > 1$
(ii)	$\angle A$ ದ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬೆಲೆಗೆ $\sec A = \frac{12}{5}$ ಆಗಿದೆ	ಸರಿ	ಸಮಸ್ಯೆ 11.1.10. ರಲ್ಲಿ ಕರ್ಣವು 12 ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹು 5
(iii)	$\angle A$ ದ cosecant A ಅನ್ನು $\cos A$ ಎಂದು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದೆ.	ತಪ್ಪು	cosec = ವಿಕರ್ಣ $\div$ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು ಮತ್ತು cos = ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು $\div$ ವಿಕರ್ಣ
(iv)	$\cot A$ ಎಂಬುದು $\cot$ ಮತ್ತು A ಗಳ ನಡುವಿನ ಗುಣಲಬ್ಧ	ತಪ್ಪು	$\cot A$ ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಅನುಪಾತ. ಅದು $\cot * A$ ಅಲ್ಲ
(v)	$\theta$ ದ ಒಂದು ಬೆಲೆಗೆ $\sin \theta = \frac{4}{3}$ ಆಗಿದೆ.	ತಪ್ಪು	$\sin \theta = \text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು} \div \text{ವಿಕರ್ಣ} = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{ವಿಕರ್ಣವು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದು. ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.}$