

13.3.1. ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯು ಒಂದು ಪ್ರದೇಶದ 68 ಗ್ರಾಹಕರ ಮಾಸಿಕ ವಿದ್ಯುತ್ ಬಳಕೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತಿದೆ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಬಹುಲಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅವುಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ.

ಮಾಸಿಕ ಬಳಕೆ (ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಲ್ಲಿ)	ಗ್ರಾಹಕರ ಸಂಖ್ಯೆ
65 – 85	4
85 – 105	5
105 - 125	13
125 – 145	20
145 – 165	14
165 – 185	8
185 – 205	4

ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಬಹುಲಕ:

ಮಾಸಿಕ ಬಳಕೆ	ಗ್ರಾಹಕರು ( $f_i$ )	( $x_i$ )	$a=135$ $d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
65 – 85	4	75	-60	-3	-12
85 – 105	5	95	-40	-2	-10
105 - 125	13	115	-20	-1	-13
125 – 145	20	135	0	0	0
145 – 165	14	155	20	1	14
165 – 185	8	175	40	2	16
185 – 205	4	195	60	3	12
	$\sum f_i = 68$				$\sum f_i u_i = 7$

ಮಧ್ಯಬಿಂದು( $x_i$ ) = (ಮೇಲ್ಮಿತಿ + ಕೆಳಮಿತಿ) ÷ 2

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ  $h=20$

ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ  $a=135$

ಸರಾಸರಿ ಮಾಸಿಕ ಬಳಕೆ  $\bar{X} = a + \left( \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) * h$

$$= 135 + \left( \frac{7}{68} \right) * 20$$

$$= 135 + 2.058 = 137.058 \text{ ಯೂನಿಟ್‌ಗಳು}$$

ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಇರುವ ಆವೃತ್ತಿ  $f_1 = 20$  ಇದು ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರ 125 – 145 ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ  $l = 125$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ  $h=20$

ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  $f_0 = 13$  ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  $f_2 = 14$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = l + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) h = 125 + \left( \frac{20 - 13}{40 - 13 - 14} \right) 20 = 125 + \left( \frac{140}{13} \right) = 125 + 10.76 = 135.76$$

ಮಧ್ಯಾಂಕ:

ಮಾಸಿಕ ಬಳಕೆ (ಯೂನಿಟ್‌ಗಳಲ್ಲಿ)	ಗ್ರಾಹಕರ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
65 – 85	4	4
85 – 105	5	9
105 – 125	13	22
125 – 145	20	42
145 – 165	14	56
165 – 185	8	64
185 – 205	4	68
	n=68	

$$n=68, \left(\frac{n}{2}\right)=34$$

ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕವು 125 – 145 ವರ್ಗಾಂತರದ ಒಳಗೆ ಇದೆ. ಈ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ l = 125 ವರ್ಗಾಂತರ ಗಾತ್ರ h = 20  
ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ f = 20 ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ cf = 22

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right)h = 125 + \left(\frac{34 - 22}{20}\right)20 = 125 + 22 = 137$$

ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಾಂಕವು 137 , ಬಹುಲಕವು, 135.76 ಸರಾಸರಿ 137.058 ಕ್ರಮವಾಗಿ ಆಗಿವೆ. ಅವುಗಳು ಸುಮಾರಿಗೆ ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ

13.3.2 . ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ವಿತರಣೆಯ ಮಧ್ಯಾಂಕವು 28.5 ಆಗಿದ್ದರೆ x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
0 – 10	5
10 – 20	x
20 – 30	20
30 – 40	15
40 – 50	y
50 – 60	5
ಒಟ್ಟು	60

ಮಧ್ಯಾಂಕ:

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
0 – 10	5	5
10 – 20	x	x+5
20 – 30	20	x+25
30 – 40	15	x+40
40 – 50	y	x+y+40
50 – 60	5	x+y+45
ಒಟ್ಟು	60	

$$n=60=x+y+45 \quad x+y=15 \text{ -----(1)}$$

ದತ್ತ ಮಧ್ಯಾಂಕ 28.5 ವು 20 – 30 ವರ್ಗಾಂತರದ ಒಳಗೆ ಇದೆ ಈ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ l = 20 ವರ್ಗಾಂತರ ಗಾತ್ರ h = 10

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ f = 20 ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ cf = x+5

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ } 28.5 = l + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) h = 20 + \left( \frac{30 - (x+5)}{20} \right) 10 = 20 + \left( \frac{25 - x}{2} \right) \Rightarrow 25 - x = 57 - 40 = 17 \therefore x = 8$$

ಈ x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ y = 7

13.3.3. ಒಬ್ಬ ಜೀವ ವಿಮಾ ಏಜೆಂಟನು ಪಡೆದ 100 ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ವಿತರಣೆಯ ದತ್ತಾಂಶಗಳು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಇವೆ. ಪಾಲಿಸಿಗಳನ್ನು 18 ವರ್ಷ ದಾಟಿದ ಮತ್ತು 60 ವರ್ಷಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ವಯಸ್ಸಿರುವ ಜನರಿಗೆ ಮಾತ್ರ ನೀಡಿದ್ದರೆ, ವಯಸ್ಸುಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ.

ವಯಸ್ಸು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ)	< 20	< 25	< 30	< 35	< 40	< 45	< 50	<55	<60
ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ	2	6	24	45	78	89	92	98	100

**ಮಧ್ಯಾಂಕ:**

ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಮೇಲ್ಕೃತಿ ಮಾತ್ರ ಕೊಟ್ಟಿರುವುದರಿಂದ ಕೆಳಮಿತಿಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿಕೊಂಡು ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಬದಲಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. 18 ವರ್ಷ ಮೊದಲ ಕೆಳಮಿತಿ ಆಗುತ್ತದೆ. ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಂಚಿತವಾಗಿ(ಕೂಡುತ್ತಾ ಹೋಗಿ) ಕೊಟ್ಟಿರುತ್ತಾರೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ < 45 ವರ್ಷದೊಳಗಿನ ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ < 40 ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಸೇರಿರುತ್ತದೆ. ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿ ಲೆಕ್ಕಿಸುವಾಗ ಹಿಂದಿನ ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಕಳೆಯುತ್ತಾ ಹೋಗಬೇಕು

ವಯಸ್ಸು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ)	ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
18-20	2	2
20-25	6-2=4	6
25-30	24-6=18	24
30- 35	45-24=21	45
35-40	78-45=33	78
40-45	89-78=11	89
45- 50	92-89=3	92
50- 55	98-92=6	98
55- 60	100-98=2	100

$n=100$ ,  $\left(\frac{n}{2}\right)=50$  ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕವು 35-40 ವರ್ಗಾಂತರದ ಒಳಗೆ ಇದೆ. ಈ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ  $l=35$  ವರ್ಗಾಂತರ ಗಾತ್ರ  $h=5$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  $f=33$  ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ  $cf=45$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = l + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) h = 35 + \left( \frac{50 - 45}{33} \right) 5 = 35 + \left( \frac{25}{33} \right) = 35 + 0.76 = 35.76 \text{ ವರ್ಷಗಳು}$$

13.3.4. ಒಂದು ಗಿಡದ 40 ಎಲೆಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಸಮೀಪದ ಮಿಲಿಮೀಟರ್‌ಗೆ ಸರಿಯಾಗುವಂತೆ ಅಳತೆ ಮಾಡಿದೆ ಮತ್ತು ಪಡೆದ ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದೆ. ಎಲೆಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದ್ದ (mm ಗಳಲ್ಲಿ)	118-126	127-135	136-144	145-153	154-162	163-171	172-180
ಎಲೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	3	5	9	12	5	4	2

**ಮಧ್ಯಾಂಕ:**

ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದರೆ ವರ್ಗಾಂತರಗಳು ನಿರಂತರವಾಗಿರಬೇಕು. ಹೀಗಾಗಿ ಕೆಳಮಿತಿಯಿಂದ 0.5 ಕಳೆದು ಮೇಲ್ಮಿತಿಯನ್ನು 0.5 ಸೇರಿಸಬೇಕು. ಆಗ

ಉದ್ದ (mm ಗಳಲ್ಲಿ)	ಎಲೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
117.5-126.5	3	3
126.5-135.5	5	8
135.5-144.5	9	17
144.5-153.5	12	29
153.5-162.5	5	34
162.5-171.5	4	38
171.5-180.5	2	40

$n=40$ ,  $\left(\frac{n}{2}\right) = 20$  ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕವು 144.5-153.5 ವರ್ಗಾಂತರದ ಒಳಗೆ ಇದೆ. ಈ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ  $l = 144.5$  ವರ್ಗಾಂತರ ಗಾತ್ರ  $h=9$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  $f = 12$  ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ  $cf = 17$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = l + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) h = 144.5 + \left( \frac{20 - 17}{12} \right) 9 = 144.5 + \left( \frac{9}{4} \right) = 144.5 + 2.25 = 146.75 \text{mm}$$

13.3.5. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು 400 ನಿಯಾನ್ ಬಲ್ಬ್‌ಗಳ ಬಾಳಿಕೆಯ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ನೀಡುತ್ತಿದೆ. ಬಲ್ಬ್‌ನ ಬಾಳಿಕೆಯ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಬಾಳಿಕೆ (ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ)	1500–2000	2000–2500	2500–3000	3000–3500	3500–4000	4000–4500	4500–5000
ಬಲ್ಬುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	14	56	60	86	74	62	48

ಮಧ್ಯಾಂಕ:

ಬಾಳಿಕೆ (ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ)	ಬಲ್ಬುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
1500–2000	14	14
2000–2500	56	70
2500–3000	60	130
3000–3500	86	216
3500–4000	74	290
4000–4500	62	352
4500–5000	48	400

$n=400$ ,  $\left(\frac{n}{2}\right)=200$  ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕವು 3000–3500 ವರ್ಗಾಂತರದ ಒಳಗೆ ಇದೆ. ಈ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ  $l=3000$  ವರ್ಗಾಂತರ ಗಾತ್ರ  $h=500$   
ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  $f=86$  ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ  $cf=130$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = l + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) h = 3000 + \left( \frac{200 - 130}{86} \right) 500 = 3000 + \left( \frac{35000}{86} \right) = 3000 + 406.97 = 3406.97 \text{ ಗಂಟೆಗಳು}$$

13.3.6. ಒಂದು ಸ್ಥಳೀಯ ದೂರವಾಣಿ ಮಾರ್ಗದರ್ಶಿ (Telephone Directory) ಯಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಕವಾಗಿ 100 ಉಪನಾಮಗಳನ್ನು (surname) ಆರಿಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಉಪನಾಮಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಕ್ಷರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಪಡೆಯಲಾಗಿದೆ. ಉಪನಾಮಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಕ್ಷರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಚಾರ ಮಾಡಿ. ಉಪನಾಮಗಳಲ್ಲಿರುವ ಅಕ್ಷರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಅಲ್ಲದೆ, ಉಪನಾಮಗಳ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಕ್ಷರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	1-4	4-7	7-10	10-13	13-16	16-19
ಉಪನಾಮಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	6	30	40	16	4	4

ಮಧ್ಯಾಂಕ:

ಅಕ್ಷರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಉಪನಾಮಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
1-4	6	6
4-7	30	36
7-10	40	76
10-13	16	92
13-16	4	96
16-19	4	100

$n=100$ ,  $\left(\frac{n}{2}\right)=50$  ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕವು 7-10 ವರ್ಗಾಂತರದ ಒಳಗೆ ಇದೆ. ಈ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ  $l=7$  ವರ್ಗಾಂತರ ಗಾತ್ರ  $h=3$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  $f=40$  ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ  $cf=36$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = l + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) h = 7 + \left( \frac{50 - 36}{40} \right) 3 = 7 + \left( \frac{14}{40} \right) 3 = 7 + 1.05 = 8.05$$

## ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಬಹುಲಕ:

ಅಕ್ಷರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಉಪನಾಮಗಳು ( $f_i$ )	( $x_i$ )	$a=11.5$ $d_i= x_i-a$	$u_i= \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
1-4	6	2.5	-9	-3	-18
4-7	30	5.5	-6	-2	-60
7-10	40	8.5	-3	-1	-40
10-13	16	11.5	0	0	0
13-16	4	14.5	3	1	4
16-19	4	17.5	6	2	8
	$\sum f_i = 100$				$\sum f_i u_i = -106$

ಮಧ್ಯಬಿಂದು( $x_i$ ) = (ಮೇಲ್ಮಿತಿ + ಕೆಳಮಿತಿ)  $\div$  2

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ  $h=3$

ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ  $a=11.5$

ಸರಾಸರಿ  $\bar{X} = a + \left( \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) * h$

$$= 11.5 + \left( \frac{-106}{100} \right) * 3$$

$$= 11.5 - 3.18 = 8.32$$

ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಇರುವ ಆವೃತ್ತಿ  $f_1 = 40$  ಇದು ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರ 7-10 ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ  $l = 7$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ  $h=3$

ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  $f_0 = 30$  ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  $f_2 = 16$

$$\text{ಬಹುಲಕ} = l + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) h = 7 + \left( \frac{40 - 30}{80 - 30 - 16} \right) 3 = 7 + \left( \frac{30}{34} \right) = 7 + 0.88 = 7.88$$



13.3.7. ಒಂದು ತರಗತಿಯ 30 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತೂಕಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ವಿತರಣೆಯು ನೀಡುತ್ತಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತೂಕಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತೂಕ (kg ಗಳಲ್ಲಿ)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	2	3	8	6	6	3	2

ಮಧ್ಯಾಂಕ:

ತೂಕ	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
40-45	2	2
45-50	3	5
50-55	8	13
55-60	6	19
60-65	6	25
65-70	3	28
70-75	2	30

$n=30$ ,  $\left(\frac{n}{2}\right) = 15$  ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕವು 55-60 ವರ್ಗಾಂತರದ ಒಳಗೆ ಇದೆ. ಈ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ  $l = 55$  ವರ್ಗಾಂತರ ಗಾತ್ರ  $h = 5$

ಮಧ್ಯಾಂತರದ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ  $f = 6$  ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ  $cf = 13$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = l + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) h = 55 + \left( \frac{15 - 13}{6} \right) 5 = 55 + \left( \frac{10}{6} \right) = 55 + 1.67 = 56.67 \text{kg}$$