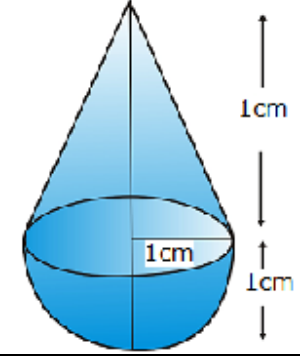


15.2.1. ಒಂದು ಘನದಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಗೋಳದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸುವಂತೆ ಶಂಕುವು ನಿಂತಿದೆ. ಅವುಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 1 cm ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರವು ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದೆ. ಈ ಘನದ ಘನಫಲವನ್ನು π ಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿರಿ.

ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ = ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ = $r=1\text{cm}$; ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ = $h=1\text{cm}$

ವಸ್ತುವಿನ ಘನಫಲ = ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ

$$= \frac{2}{3} \pi r^3 + \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 (2r+h) = \frac{1}{3} \pi 1^2 (2+1) = \pi \text{ ಘನ.ಸೆ.ಮೀ}$$



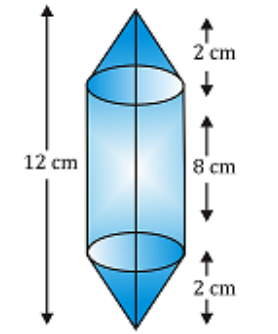
15.2.2. ರೇಚಲ್ ಒಬ್ಬ ಇಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ. ಅವರು ತೆಳುವಾದ ಅಲ್ಯುಮಿನಿಯಂ ಹಾಳೆಯಿಂದ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎರಡು ವೃತ್ತ ಪಾದಗಳಲ್ಲಿ ಶಂಕುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ಮಾದರಿಯನ್ನು ತಯಾರು ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈ ಮಾದರಿಯ ವ್ಯಾಸವು 3 cm ಮತ್ತು ಅದರ ಒಟ್ಟಾರೆ ಉದ್ದವು 12 cm ಇದೆ. ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರವು 2 cm ಆದರೆ ರೇಚಲ್ ಮಾಡಿದ ಈ ಮಾದರಿಯೊಳಗಿನ ಗಾಳಿಯ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಮಾದರಿಯ ಹೊರ ಹಾಗೂ ಒಳ ಮೇಲ್ಮೈ ಅಳತೆಗಳು ಸರಿಸುಮಾರಾಗಿ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ)

ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಮೇಲೊಂದು ಮತ್ತು ಕೆಳಗೊಂದು ಒಂದೇ ಗಾತ್ರದ ಶಂಕುಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ $h=2\text{cm}$

ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸ $d=3\text{cm} \Rightarrow r=\frac{3}{2}\text{cm}$ & ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ

ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿನ ಗಾಳಿಯ ಗಾತ್ರ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ + 2 ಶಂಕುಗಳ ಘನಫಲ

$$= \pi r^2 h_{\text{cyl}} + 2 * \frac{1}{3} * \pi r^2 h_{\text{cone}} = \pi r^2 (h_{\text{cyl}} + 2 * \frac{1}{3} * h_{\text{cone}}) = \pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 * \left(8 + \frac{2}{3} * 2\right) = \frac{22}{7} * \frac{9}{4} * \frac{28}{3} = 66\text{cm}^2$$



15.2.3. ಒಂದು ಗುಲಾಬ್ ಜ್ಯಾಮೂನ್‌ನಲ್ಲಿ ಅದರ ಘನಫಲದ ಶೇ 30 ರಷ್ಟು ಸಕ್ಕರೆಯ ಪಾಕವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಗುಲಾಬ್ ಜ್ಯಾಮೂನು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಇದ್ದು, ಅದರ ಎರಡು ಅಂತ್ಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಗೋಳಗಳಿವೆ. ಗುಲಾಬ್ ಜಾಮುನಿನ ಒಟ್ಟಾರೆ ಉದ್ದ 5 cm ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸವು 2.8 cm ಆದರೆ, 45 ಗುಲಾಬ್ ಜ್ಯಾಮೂನ್‌ನಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸಕ್ಕರೆ ಪಾಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ).

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ = ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ = $r = 1.4 \text{ cm}$; ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಉದ್ದ = $5 - 1.4 - 1.4 = 2.2 \text{ cm}$

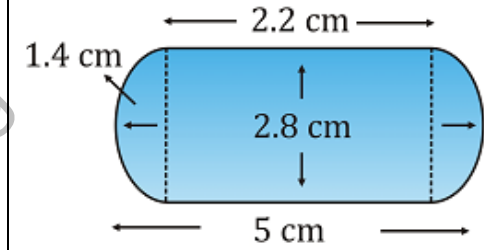
ಗುಲಾಬ್ ಜಾಮೂನ್ ನ ಘನಫಲ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ + 2 ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ.

$$= \pi r^2 h + 2 * \frac{2}{3} * \pi r^3 = \pi r^2 (h + \frac{4}{3} r) = \frac{22}{7} * 1.4 * 1.4 (2.2 + \frac{4}{3} * 1.4)$$

$$= 22 * 0.2 * 1.4 (2.2 + 1.86) = 22 * 0.2 * 1.4 * 4.06 = 25.01 \text{ cm}^3$$

$$45 \text{ ಗುಲಾಬ್ ಜಾಮೂನ್ ಗಳ ಘನಫಲ} = 45 * 25.01 \text{ cm}^3 = 1125.45 \text{ cm}^3$$

$$\text{ಸಕ್ಕರೆ ಪಾಕದ ಪ್ರಮಾಣ} = 45 \text{ ಜಾಮೂನ್ ಗಳ ಘನಫಲದ } 30\% \text{ ರಷ್ಟು} = 0.3 * 1125.45 = 337.635 \text{ cm}^3$$



15.2.4. ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಆಕಾರದ ಮರದ ಲೇಖನಿಧಾರಕ (Pen stand)ದಲ್ಲಿ ಲೇಖನಿಗಳನ್ನು ಇಡಲು ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ನಾಲ್ಕು ತಗ್ಗುಗಳನ್ನು ಕೊರೆದಿದೆ. ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಅಳತೆಯು 15 cm x 10 cm x 3.5 cm ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಹಳ್ಳದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 0.5 cm ಮತ್ತು ಆಳವು 1.4 cm ಇದೆ. ಲೇಖನಿಧಾರಕದಲ್ಲಿನ ಮರದ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ (ಚಿತ್ರ ನೋಡಿ).

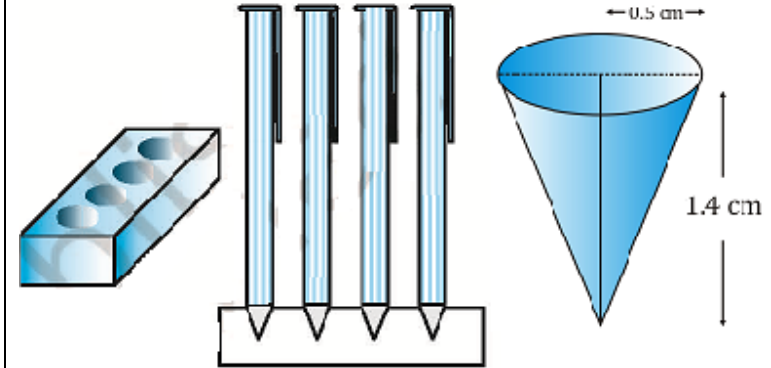
ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಗುಳಿಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯ = 0.5 cm ಆಳ (ಎತ್ತರ) = 1.4 cm

4 ಗುಳಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪೆನ್ ಸ್ಟಾಂಡ್ ನ ಘನಫಲ

= ಆಯತಾಕಾರದ ಮರದ ಘನಫಲ - 4 ಶಂಕುಗಳ ಘನಫಲ

$$= lbh - 4 * \frac{1}{3} * \pi r^2 h$$

$$= 15 * 10 * 3.5 - 4 * \frac{1}{3} * \frac{22}{7} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * 1.4 = 525 - 1.47 = 523.53 \text{ cm}^3$$



15.2.5. ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯು ತಲೆಕೆಳಗಾದ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ಎತ್ತರ 8 cm ಮತ್ತು ತೆರೆದ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 5 cm ಇದೆ. ಅದರ ಅಂಚಿನವರೆಗೆ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ 0.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳನ್ನು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದಾಗ, **ನಾಲ್ಕನೆಯ ಒಂದು ಭಾಗದಷ್ಟು** ನೀರು ಹೊರ ಚೆಲ್ಲುತ್ತದೆ. ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದ ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳೆಷ್ಟು?

ಶಂಕುವಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ=5cm & ಎತ್ತರ=8cm ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯ=0.5cm

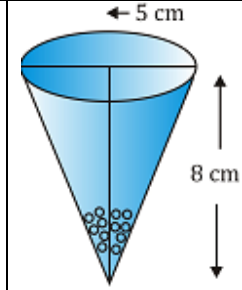
ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ n ಆಗಿರಲಿ

ಹೊರಚೆಲ್ಲಿದ ನೀರಿನ ಗಾತ್ರ = n ಗೋಳಗಳ ಘನಫಲ

$\frac{1}{4}$ ರಷ್ಟು ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ = n ಗೋಳಗಳ ಘನಫಲ

$$\frac{1}{4} * \frac{1}{3} * \pi * r_{Cone}^2 * h = n * \frac{4}{3} * \pi * r_{Marble}^3 \Rightarrow \frac{1}{12} * 5 * 5 * 8 = n * \frac{4}{3} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} \Rightarrow 200 = 2n \therefore n = 100$$

ಸೀಸದ ಗೋಳಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 100



15.2.6. ಒಂದು ಕಬ್ಬಿಣದ ಕಂಬದ ಎತ್ತರವು 220 cm ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸವು 24 cm ಆಗಿರುವ ಘನ ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಇದರ ಮೇಲೆ 60 cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ತ್ರಿಜ್ಯ 8 cm ಇರುವ ಮತ್ತೊಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. 1 cm ಕಬ್ಬಿಣದ ಸರಿಸುಮಾರು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು 8g ಆದರೆ ಕಂಬದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

ದೊಡ್ಡ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ=12cm & ಎತ್ತರ=220cm

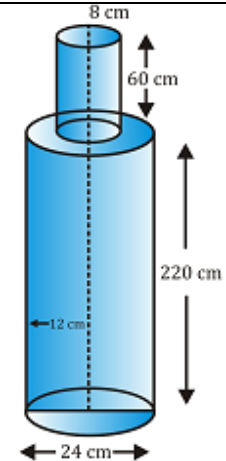
ಸಣ್ಣ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ=8cm & ಎತ್ತರ=60cm

ಕಂಬದ ಘನಫಲ = ದೊಡ್ಡ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ + ಸಣ್ಣ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ.

$$= \pi r_{Cylinder}^2 h_{Big} + \pi r_{Cone}^2 h_{Small} = \pi r_{Cylinder}^2 h_{Big} + \pi r_{Cone}^2 h_{Small}$$

$$= \pi (12^2 * 220 + 8^2 * 60) = 3.14(144 * 220 + 64 * 60) = 3.14 * 35520 = 1,11,532.8 \text{ cm}^3$$

$1,11,532.8 \text{ cm}^3$ ಕಬ್ಬಿಣದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ = $111532.8 * 8 = 892.62 \text{ kg}$



15.2.7. 60 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ 120 cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 60 cm ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಶಂಕುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರಿನಿಂದ ತುಂಬಿದ ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ತಳವನ್ನು ಮುಟ್ಟುವಂತೆ ನೇರವಾಗಿ ಈ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಮುಳುಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯವು 60 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರವು 180 cm ಆದರೆ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{Cylinder}$ = ಶಂಕುವಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ r_{Cone} = ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ r_{Half_Sphere} = 60cm;

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಎತ್ತರ $h_{Cylinder}$ = ಅರ್ಧ ಗೋಳದ ಎತ್ತರ + ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ = 60+120=180cm

ನೀರಿನ ಉಳಿದ ಪ್ರಮಾಣ

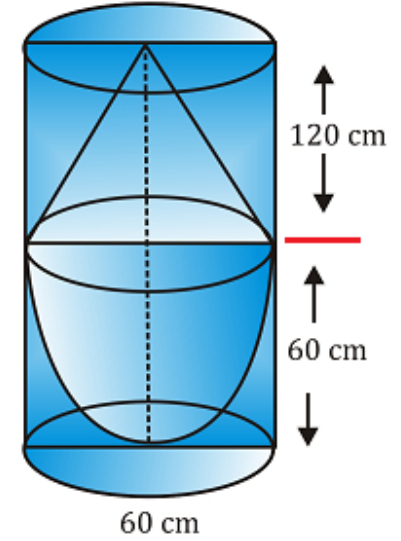
= ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ - ಘನಾಕೃತಿಯ ಘನಫಲ = ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ - (ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ)

$$= \pi r_{Cylinder}^2 h_{Cylinder} - \left\{ \frac{1}{3} * \pi r_{Cone}^2 * h_{Cone} + \frac{2}{3} * \pi r_{Half_Sphere}^3 \right\}$$

$$= \pi r_{Cylinder = Cone = Half_Sphere}^2 \left\{ h_{Cylinder} - \left(\frac{1}{3} * h_{Cone} + \frac{2}{3} * r_{Half_Sphere} \right) \right\}$$

$$= 3.14 * 60 * 60 * \left\{ 180 - \left(\frac{1}{3} * 120 + \frac{2}{3} * 60 \right) \right\} = 3.14 * 3600 * \left\{ 180 - (40 + 40) \right\}$$

$$= 3.14 * 3600 * 100 = 1131428.57 \text{ cm}^3 = 1.131 \text{ cubic meter.}$$



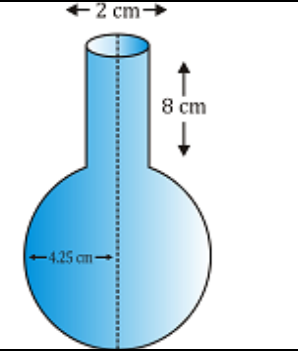
15.2.8. 8.5 cm ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ಒಂದು ಗೋಳಾಕಾರದ ಗಾಜಿನ ಪಾತ್ರೆಯು 8 cm ಉದ್ದ ಮತ್ತು 2 cm ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಆಕಾರದ ಕೊರಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಒಂದು ಮಗುವು ಅದರಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯುವ ನೀರಿನ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಅದರ ಘನಫಲವು 345 cm^3 ಇದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾಳೆ. ಮೇಲೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳು ಅದರ ಒಳಭಾಗದ ಅಳತೆಗಳು ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ, ಅವಳ ಉತ್ತರವು ಸರಿಯಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ($\pi = 3.14$).

ಗೋಳದ ವ್ಯಾಸ $d=8.5\text{cm} \Rightarrow r_{\text{Sphere}}=\frac{8.5}{2}\text{cm}$ & ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{\text{Cylinder}}=1\text{cm}$ & ಎತ್ತರ= 8 cm

ಗಾಜಿನ ಪಾತ್ರೆಯ ಘನಫಲ = ಗೋಳದ ಘನಫಲ+ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಘನಫಲ

$$= \frac{4}{3} * \pi r_{\text{Sphere}}^3 + \pi r_{\text{Cylinder}}^2 h_{\text{Cylinder}} = \pi \left\{ \frac{4}{3} * r_{\text{Sphere}}^3 + r_{\text{Cylinder}}^2 h_{\text{Cylinder}} \right\}$$

$$= \pi \left\{ \frac{4}{3} * 4.25 * 4.25 * 4.25 + 1 * 1 * 8 \right\} = 3.14 * 110.35 = 346.50 \text{ cm}^3$$



A Project of www.eShale.org