15.5.1. 12 cm ಉದ್ದ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸ 10 cm ವ್ಯಾಸ ಇರುವ ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಇದೆ. ಇದರ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮುಖವನ್ನು ಒಂದು ತಾಮ್ರದ ತಂತಿಯಿಂದ ಸುತ್ತಿ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಮುಚ್ಚಲಾಗಿದೆ. ತಾಮ್ರದ ತಂತಿಯ ವ್ಯಾಸ 3 mm ಮತ್ತು ಸಾಂದ್ರತೆಯು 8.88 g/cm^3 ಆದರೆ, ತಂತಿಯ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ತ್ರಿಜ್ಯ R=5cm

ತಾಮ್ರದ ತಂತಿಯ ವ್ಯಾಸ 3mm ಆಗಿದ್ದು ಅದು 12cm ಎತ್ತರದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ್ನು ಪೂರ್ತಿ ಸುತ್ತಿದೆ.

ಹೀಗಾಗಿ ಸುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= \frac{120mm}{3mm} = 12$

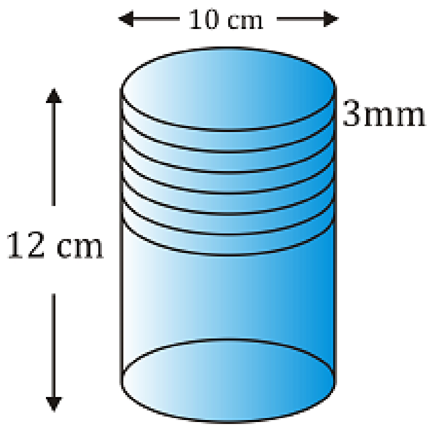
1 ಸುತ್ತನ್ನು ಹಾಕಲು ಬೇಕಾಗುವ ತಂತಿಯ ಉದ್ದವು ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಸುತ್ತಳತೆಗೆ ಸಮ $= 2\pi R = 2\pi * 5 = 10\pi$

40 ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಹಾಕಲು ಬೇಕಾಗುವ ತಂತಿಯ ಉದ್ದ $= 40 * 10\pi = 400 * \frac{22}{7} = 1257.14cm$

ತಂತಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = \frac{0.3}{2} cm = 0.15cm$

$\therefore$ ವೈರ್ ನ ಗಾತ್ರ $= \pi r^2 l = \frac{22}{7} * 0.15 * 0.15 * 1257.14 = 88.897cm^3$

ಗಾತ್ರಕ್ಕೆ ಸಾಂದ್ರತೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ. $\therefore$ ವೈರ್ ನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ $= 88.897 * 8.8 = 782.29gm$



A Project of www.eShale.org

15.5.2. ಒಂದು ನೇರಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಬಾಹುವನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ಬಾಹುಗಳು 3 cm ಮತ್ತು 4 cm ಇದೆ. ಈ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ತಿರುಗಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಎರಡು ಶಂಕುಗಳ ಘನಫಲ ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [π ಗೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಆಯ್ದುಕೊಳ್ಳಿ]

ವಿಕರ್ಣದ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಸುತ್ತು ಹಾಕಿದಾಗ ನಮಗೆ ಎರಡು ಶಂಕುಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದು. ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅಳತೆಯವು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಶಂಕುಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಗಾತ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ABC ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ AC ವಿಕರ್ಣವಾಗಿದೆ ಹೀಗಾಗಿ ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = 5^2 \quad \therefore AC = 5 = OA + OC$

ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ $2s = AB + BC + AC = 4 + 3 + 5 = 12 \quad \therefore s = 6$

ABC ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{6(6-4)(6-3)(6-5)} = \sqrt{6*2*3*1} = \sqrt{36} = 6cm^2$ -----(1)

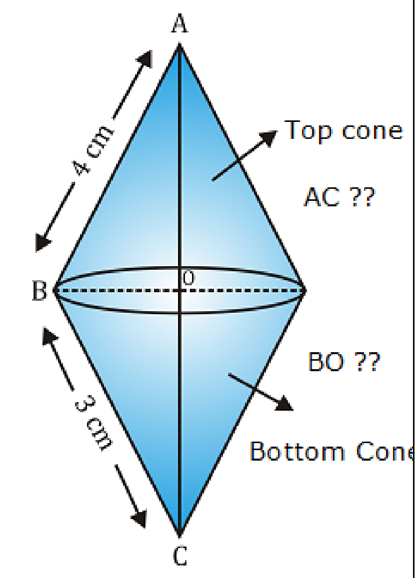
ABC ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} * AC * OB = \frac{1}{2} * 5 * OB$ -----(2)

(1) ಮತ್ತು (2) ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $6 = \frac{1}{2} * 5 * OB \quad \therefore OB = \frac{12}{5} cm = 2.4cm = r_{Top_Cone = Bottom_Cone}$

ಎರಡು ಶಂಕುಗಳ ಘನಫಲ $= \frac{1}{3} * \pi * (r^2_{Top_Cone}) * h_{Top_cone} + \frac{1}{3} * \pi * (r^2_{Top_Cone}) * h_{Bottom_cone}$

$= \frac{1}{3} * \pi * (r^2_{Top_Cone}) \{h_{Top_cone} + h_{Bottom_cone}\}$

$= \frac{1}{3} * 3.14 * 2.4 * 2.4 * \{OA + OC\} = \frac{1}{3} * 3.14 * 2.4 * 2.4 * \{5\} = 30.14cm^3$



ಎರಡು ಶಂಕುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r l_{Top_Cone} + \pi r l_{Bottom_Cone} = \pi r (l_{Top_Cone} + l_{Bottom_Cone}) = 3.14 * 2.4 * (4+3) = 52.75cm^2$

A Project of www.eShale.org

15.5.3. . ಒಂದು ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯ ಒಳಭಾಗದ ಅಳತೆಯು 150 cm x 120 cm x 110 cm ಇದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ 129600 cm^3 ನಷ್ಟು ನೀರು ಇದೆ. ಅದರ ಮೇಲಿನ ಅಂಚಿನವರೆಗೂ ನೀರು ಬರುವ ಹಾಗೆ ರಂಧ್ರವಿರುವ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ಇದರಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಇಟ್ಟಿಗೆಯು ಅದರ ಏಳನೇಯ ಒಂದು ಭಾಗದಷ್ಟು ನೀರನ್ನು ಹೀರಿಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿ ಇಟ್ಟಿಗೆಯ ಅಳತೆಯು 22.5 cm x 7.5 cm x 6.5 cm ಇದ್ದರೆ, ನೀರು ತುಂಬಿ ಹೊರಚಲ್ಲದಂತೆ ಎಷ್ಟು ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ಅದರಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು?

ತೊಟ್ಟಿಯ ಗಾತ್ರ(ಘನಫಲ) =lbh=150*120*110=1980000cm^3 ಈಗ ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ನೀರು=12960cm^3

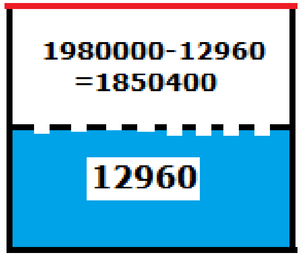
ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ಉಳಿದಿರುವ ಜಾಗ(ಗಾತ್ರ) : 1980000-12960=1850400cm^3

1 ಇಟ್ಟಿಗೆಯ ಗಾತ್ರ(ಘನಫಲ) = lbh=22.5*7.5*6.5= 1096.875cm^3 ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ n ಆಗಿರಲಿ.

$\therefore$ n ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಗಾತ್ರ(ಘನಫಲ) =1096.875*n cm^3

n ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ನೀರನ್ನು ಹೀರಿಕೊಳ್ಳುವ ಗಾತ್ರ=$n*\frac{1}{7}*1096.875$ -----(1)

ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳು ನೀರನ್ನು ಹೀರುವುದರಿಂದ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟ ಇಳಿಯುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ ಮೇಲಿನಷ್ಟು (1) ಜಾಸ್ತಿ ಜಾಗ ತೊಟ್ಟಿತುಂಬಲು, ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಕಟ್ಟಿಗೆಗಳಿಗೆ ಸಿಗುತ್ತದೆ.



$\Rightarrow 1850400+n*\frac{1}{7}*1096.875=1096.875*n$

$\therefore 1850400=n*(1-\frac{1}{7})*1096.875=n*\frac{6}{7}*1096.875 \Rightarrow n=1792.41$ $\therefore$ 1792 ಇಟ್ಟಿಗೆಗಳನ್ನು ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಬಹುದು

A Project of www.eShale.org

15.5.4. ತಿಂಗಳಿನ ಒಂದು ಪಕ್ಷದಲ್ಲಿ, ನದಿಯ ಕಣಿವೆಯ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ 10 cm ನಷ್ಟು ಮಳೆ ಆಗಿದೆ. ಆ ಕಣಿವೆಯ ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 7280 km^2 ಆಗಿದೆ. ಈ ಕಣಿವೆಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಒಂದೇ ಉದ್ದ, ಅಗಲ, ಅಳವಿರುವ ನದಿಗಳಿವೆ. ಆ ನದಿಗಳ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಅಳಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 1072 km, 75 m ಮತ್ತು 3 m ಆಗಿವೆ. ಮಳೆಯಿಂದ ಮೂರು ನದಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾದ ಒಟ್ಟಾರೆ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣವು ಇಡೀ ಕಣಿವೆಯ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿ ಬಂದ ಮಳೆಯ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರಾಗಿ ಸಮ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಕಣಿವೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $lb = 7280 km^2$

ಮಳೆ ಬಿದ್ದ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಣಿವೆಯ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟ(ಎತ್ತರ) ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು. ಕಣಿವೆಯಲ್ಲಿ ಬಿದ್ದ ನೀರಿನ ಗಾತ್ರ $lbh =$

$7280 km^2 * \frac{10}{100*1000} km = 0.728 km^3$ ------(1)

ಮೂರು ನದಿಗಳಲ್ಲಿನ ನೀರಿನ ಗಾತ್ರ $lbh = 3*1072 km * \frac{75}{100} km * \frac{3}{100} km = 0.7236 km^3$ ---------(2) $\Rightarrow$ (1) $\approx$ (2)

15.5.5. ಒಂದು ತೈಲದ ಆಲಿಕೆಯನ್ನು ತಗಡು (Tin) ಹಾಳೆಯಿಂದ ಮಾಡಿದೆ. ಅದರ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರವು 22 ಛಿm ಆಗಿದೆ. ಆಲಿಕೆಯ ಕೆಳಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಉದ್ದವು 10 cm ಆಗಿದ್ದು,ಅದರ ವ್ಯಾಸವು 8 cm ಆಗಿದೆ. ಆಲಿಕೆಯ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ವ್ಯಾಸವು 18 cm ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಆಲಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಲು ಬೇಕಾದ ತಗಡಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನಳಿಕೆಯ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ವೃತ್ತಾಕಾರ ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{Top} = 9cm$

ನಳಿಕೆಯ ಕೆಳಭಾಗದ ವೃತ್ತಾಕಾರ ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{Bottom} = 4cm$

ನಳಿಕೆಯ ಕೆಳಭಾಗದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r_{Cylinder} = 4cm$ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ $h_{Cylinder} = 10cm$

ನಳಿಕೆಯು ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದಲ್ಲಿದ್ದು ಅದರ ಎತ್ತರ $h = 22-10 = 12cm$

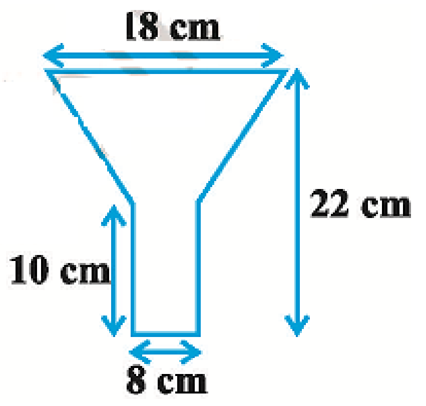
ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ $l = \sqrt{(r_{Top} - r_{Bottom})^2 + h^2} = \sqrt{(9-4)^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$

ನಳಿಕೆ ಮತ್ತು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ತಗಡು

= ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಸಿಲಿಂಡರ್ ನ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \pi (r_{Top} + r_{Bottom}) l + 2\pi r_{Cylinder} h_{Cylinder} = \pi \{(r_{Top} + r_{Bottom}) l + 2 r_{Cylinder} h_{Cylinder}\}$

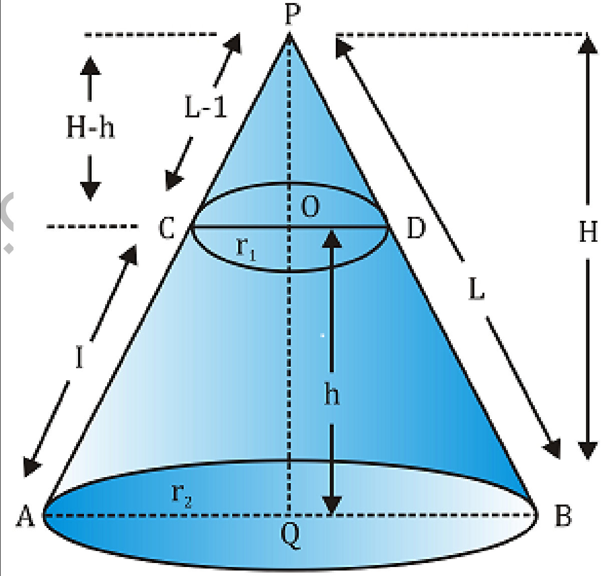
$= \pi \{(9+4)*13 + 2*4*10\} = \frac{22}{7}\{169+80\} = 782\frac{4}{7} cm^2$



A Project of www.eShale.org

15.5.6. ವಿಭಾಗ 15.5 ರಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿದ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವ್ಯುತ್ಪತ್ತಿಸಿರಿ.

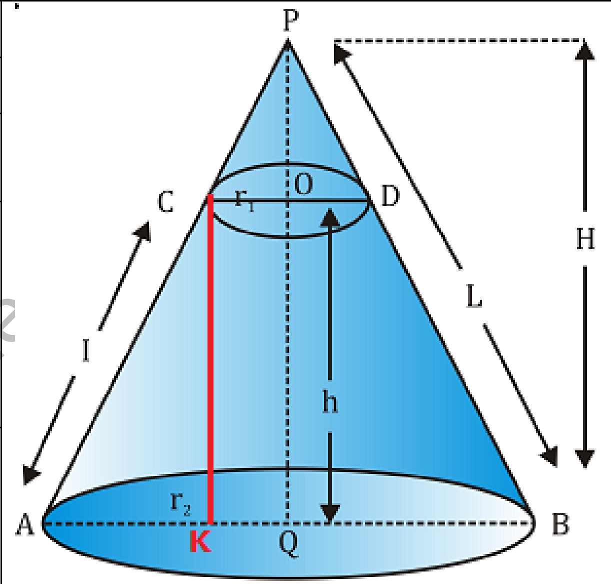
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\Delta PCO \sim \Delta PAQ$	CO||AQ & ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
2	$\frac{CO}{AQ}=\frac{PC}{PA}=\frac{PO}{PQ}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ
3	$\frac{r_1}{r_2}=\frac{L-l}{L}\left(=\frac{H-h}{H}\right) \Rightarrow$	$r_1L = r_2(L-l) = r_2L - r_2l$
4	ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ ABDC ಯ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =PAB ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - PCD ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\pi r_2 L - \pi r_1(L-l) = \pi\{r_2L - r_1L + r_1l\} = \pi\{r_2L - (r_2L - r_2l) + r_1l\}$ $=\pi(r_2L - r_2L + r_2l + r_1l) = \pi(r_1 + r_2)l$	
5	ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ವೃತ್ತಶಿರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ವೃತ್ತಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\pi(r_1 + r_2)l + \pi(r_1)^2 + \pi(r_2)^2 = \pi\{(r_1 + r_2)l + (r_1)^2 + (r_2)^2\}$	



A Project of www.eShale.org

15.5.7. ವಿಭಾಗ 15.5 ರಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲದ ಸೂತ್ರವನ್ನು ವಿವರಿಸಿದ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವ್ಯುತ್ಪತ್ತಿಸಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\Delta PCO \sim \Delta PAQ$	$CO \parallel AQ$ & ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ
2	$\frac{CO}{AQ}=\frac{PC}{PA}=\frac{PO}{PQ}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ
3	$\frac{r_1}{r_2}=\frac{H-h}{H}\ (=\frac{L-l}{L}) \Rightarrow \frac{r_1}{r_2}=\frac{H-h}{H}=1-\frac{h}{H} \Rightarrow \frac{h}{H}=1-\frac{r_1}{r_2}=\frac{r_2-r_1}{r_2}$ $\therefore H=\left(\frac{r_2h}{r_2-r_1}\right) \Rightarrow H-h=\left(\frac{r_2h}{r_2-r_1}\right)-h=\left(\frac{r_2h-r_2h+r_1h}{r_2-r_1}\right)=\left(\frac{r_1h}{r_2-r_1}\right)$	
4	$AK=AQ-KQ=r_2-r_1$ AKC ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $AC^2=AK^2+KC^2 \Rightarrow l=\sqrt{(r_2-r_1)^2+h^2}$	
5	ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ ABDC ಯ ಘನಫಲ = PAB ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ - PCD ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ $=\frac{1}{3}*\pi*r_2^2*H-\frac{1}{3}*\pi*r_1^2*(H-h)=\frac{1}{3}*\pi\{r_2^2*H-r_1^2*(H-h)\}=\frac{1}{3}*\pi\{r_2^2*\left(\frac{r_2h}{r_2-r_1}\right)-r_1^2*\left(\frac{r_1h}{r_2-r_1}\right)\}$ $=\frac{1}{3}*\pi h\{r_2^2*\left(\frac{r_2}{r_2-r_1}\right)-r_1^2*\left(\frac{r_1}{r_2-r_1}\right)\}=\frac{1}{3}*\pi h\left(\frac{r_2^3-r_1^3}{r_2-r_1}\right)=\frac{1}{3}*\pi h\left(\frac{(r_2-r_1)(r_2^2+r_1^2+r_2r_1)}{(r_2-r_1)}\right)=\frac{1}{3}*\pi h(r_1^2+r_2^2+r_1r_2)$	



A Project of www.eShale