

9.3.1. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿಯೂ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $p(x)$ ನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $g(x)$ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

No	$p(x)$	$g(x)$	ಭಾಗಾಕಾರ	ಭಾಗಲಬ್ಧ	ಶೇಷ
(i)	$x^3 - 3x^2 + 5x - 3$	$x^2 - 2$	$\begin{array}{r} x - 3 \\ x^2 - 2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 5x - 3} \\ (-) x^3 - 2x \\ \hline - 3x^2 + 7x - 3 \\ (-) - 3x^2 + 6 \\ \hline 0 + 7x - 9 \end{array}$	$x-3$	$7x-9$
(ii)	$x^4 - 3x^2 + 4x + 5$	$x^2 + 1 - x$	$\begin{array}{r} x^2 + x - 3 \\ x^2 - x + 1 \overline{) x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 4x + 5} \\ (-) x^4 - x^3 + x^2 \\ \hline x^3 - 4x^2 + 4x + 5 \\ (-) x^3 - x^2 + x \\ \hline - 3x^2 + 3x + 5 \\ (-) - 3x^2 + 3x - 3 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 8 \end{array}$	x^2+x-3	8
(iii)	$x^4 - 5x + 6$	$2 - x^2$	$\begin{array}{r} -x^2 - 2 \\ -x^2 + 2 \overline{) x^4 + 0x^3 - 0x^2 - 5x + 6} \\ (-) x^4 - 2x^2 \\ \hline 2x^2 - 5x + 6 \\ (-) 2x^2 - 4 \\ \hline 0 - 5x + 10 \end{array}$	$-x^2-2$	$-5x+10$

9.3.2. ಎರಡನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಮೊದಲನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಹಾಗೂ ಮೊದಲನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಎರಡನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಮೊದಲನೇ	(i) $t^2 - 3$	(ii) $x^2 + 3x + 1$	(iii) $x^3 - 3x + 1$
ಎರಡನೇ	$2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$	$3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$	$x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$
	$\begin{array}{r} 2t^2 + 3t + 4 \\ t^2 - 3 \overline{) 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12} \\ (-) 2t^4 \quad - 6t^2 \\ \hline 3t^3 + 4t^2 - 9t - 12 \\ (-) 3t^3 \quad - 9t \\ \hline 4t^2 - 12 \\ (-) 4t^2 - 12 \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3x^2 - 4x + 2 \\ x^2 + 3x + 1 \overline{) 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2} \\ (-) 3x^4 + 9x^3 + 3x^2 \\ \hline - 4x^3 - 10x^2 + 2x + 2 \\ (-) - 4x^3 - 12x^2 - 4x \\ \hline 2x^2 + 6x + 2 \\ (-) 2x^2 + 6x + 2 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} x^2 - 1 \\ x^3 - 3x + 1 \overline{) x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1} \\ (-) x^5 - 3x^3 + x^2 \\ \hline - x^3 + 0 + 3x + 1 \\ (-) - x^3 + 0 + 3x - 1 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \quad 2 \end{array}$
ಭಾಗಲಬ್ಧ	$2t^2 + 3t + 4$	$3x^2 - 4x + 2$	$x^2 - 1$
ಶೇಷ	$0 \therefore t^2 - 3$ ಯು $2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$ ನ ಅಪವರ್ತನ	$0 \therefore x^2 + 3x + 1$ ಯು $3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$ ನ ಅಪವರ್ತನ	$2 \neq 0 \therefore x^3 - 3x + 1$ ಯು $x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$ ನ ಅಪವರ್ತನವಲ್ಲ

9.3.3. $\frac{5}{3}$ ಮತ್ತು $-\frac{5}{3}$ ಇವು $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ ರ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$p(x) = 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ ನ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $\frac{5}{3}$ ಮತ್ತು $-\frac{5}{3}$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right)$ ಮತ್ತು $\left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)$ ಗಳು ಅದರ

ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

$$\Rightarrow \left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right) * \left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right) = \left(x^2 - \frac{5}{3}\right) \text{ ಯು } p(x) \text{ ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.}$$

ಭಾಗಾಕಾರ:

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 6x + 3 \\ x^2 - \frac{5}{3} \overline{) 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5} \\ \underline{(-) 3x^4 \quad \quad - 5x^2} \\ 0 + 6x^3 + 3x^2 - 10x - 5 \\ \underline{(-) 6x^3 + 0 - 10x} \\ 3x^2 - 0 - 5 \\ \underline{(-) 3x^2 - 0 - 5} \\ 0 - 0 - 0 \end{array}$$

$$\text{ಭಾಗಲಬ್ಧ} \Rightarrow 3x^2 + 6x + 3$$

$$= 3(x^2 + 2x + 1)$$

$$= 3(x+1)^2$$

$$\Rightarrow \text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳು } -1 \text{ ಮತ್ತು } -1$$

9.3.4. $x^3 - 3x^2 + x + 2$ ನ್ನು $g(x)$ ಎಂಬ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $x-2$ ಮತ್ತು $-2x+4$ ಆದರೆ $g(x)$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2; \quad q(x) = (x-2) \text{ \& } r(x) = (-2x + 4)$$

$$\therefore p(x) = g(x) * q(x) + r(x)$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + x + 2$$

$$= g(x) * (x-2) + (-2x + 4)$$

$$\therefore g(x) * (x-2) = p(x) - r(x)$$

$$= (x^3 - 3x^2 + x + 2) + 2x - 4$$

$$= x^3 - 3x^2 + 3x - 2$$

ಭಾಗಾಕಾರ:

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 1 \\ x - 2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 3x - 2} \\ (-) \underline{x^3 - 2x^2} \\ - x^2 + 3x - 2 \\ (-) \underline{-x^2 + 2x} \\ x - 2 \\ (-) \underline{x - 2} \\ 0 0 \end{array}$$

$$\therefore g(x) = x^2 - x + 1$$

A Project of www.eShale.org

9.3.5 ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಹಾಗೂ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಸರಿದೂಗಿಸುವ $p(x)$, $g(x)$, $q(x)$ ಮತ್ತು $r(x)$ ಎಂಬ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಿ.

$$p(x) = g(x) * q(x) + r(x)$$

(i) $p(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ = $q(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ	$p(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ = $q(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ ಆಗಬೇಕಾದರೆ $r(x)$ ನಲ್ಲಿ x ಇರದೇ ಕೇವಲ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಇರಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $p(x) = 3x^4 + 6x^2 + 9x + 15$ ಮತ್ತು $g(x) = 3$ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $p(x) = 3x^4 + 6x^2 + 9x + 15 = 3(x^4 + 2x^2 + 3x + 5) + 0$ $p(x) = g(x) * q(x) + r(x) \Rightarrow p(x) \text{ ನ ಡಿಗ್ರಿ} = q(x) \text{ ನ ಡಿಗ್ರಿ} = 4$
(ii) $q(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ = $r(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ	ಉದಾಹರಣೆಗೆ $p(x) = x^4 + x^2$ ಮತ್ತು $g(x) = x^2$ ಮತ್ತು $q(x) = x^2$ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $p(x) = x^4 + x^2 = x^2 * x^2 + x^2$ $p(x) = g(x) * q(x) + r(x) \Rightarrow q(x) \text{ ನ ಡಿಗ್ರಿ} = r(x) \text{ ನ ಡಿಗ್ರಿ} = 2$
(iii) $r(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ = 0	$r(x)$ ನ ಡಿಗ್ರಿ = 0 ಆಗಬೇಕಾದರೆ $r(x)$ ನಲ್ಲಿ x ಇರದೇ ಕೇವಲ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಇರಬೇಕು ಉದಾಹರಣೆಗೆ $p(x) = x^6 + 1$ ಮತ್ತು $g(x) = x^4$ ಮತ್ತು $q(x) = x^2$ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $p(x) = x^6 + 1 = x^4 * x^2 + 1$ $p(x) = g(x) * q(x) + r(x) \Rightarrow r(x) \text{ ನ ಡಿಗ್ರಿ} = 0$