

9.4.1. ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅವುಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿವೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಹಾಗೂ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

	(i)	(ii)
$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \rightarrow$	$2x^3 + x^2 - 5x + 2$	$x^3 - 4x^2 + 5x - 2$
ದತ್ತ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $a, B, \gamma \rightarrow$	$\frac{1}{2}, 1, -2$	$2, 1, 1$
$p(x)$ ನ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಹಗುಣಕಗಳು	$a=2; b=1, c=-5$ & $d=2$	$a=1; b=-4; c=5$ & $d=-2$
ಮೊದಲ ಶೂನ್ಯತೆ $a \rightarrow$	$\frac{1}{2}$	$2$
$p(a)$	$p\left(\frac{1}{2}\right) = 2 * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} + \frac{1}{2} * \frac{1}{2} - 5 * \frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 2 = \frac{1+1-5+4}{2} = 0$	$p(2) = 2^3 - 4 * 2^2 + 5 * 2 - 2 = 0$
ಎರಡನೇ ಶೂನ್ಯತೆ $B \rightarrow$	$1$	$1$
$p(B)$	$p(1) = 2 + 1 - 5 + 2 = 0$	$p(1) = 1^3 - 4 * 1^2 + 5 * 1 - 2 = 0$
ಮೂರನೇ ಶೂನ್ಯತೆ $\gamma \rightarrow$	$-2$	$1$
$p(\gamma)$	$p(-2) = 2 * -8 + 4 + 10 + 2 = 0$	$p(1) = 1^3 - 4 * 1^2 + 5 * 1 - 2 = 0$
$a+B+\gamma$	$\frac{1}{2} * 1 + -2 = \frac{-1}{2} = \frac{-b}{a}$	$2 + 1 + 1 = 4 = \frac{-(-4)}{1} = \frac{-b}{a}$
$aB+B\gamma+\gamma a$	$\frac{1}{2} * 1 + 1 * (-2) + (-2) * \frac{1}{2} = \frac{-5}{2} = \frac{c}{a}$	$2 * 1 + 1 * 1 + 1 * 2 = 5 = \frac{5}{1}$
$aB\gamma$	$\frac{1}{2} * 1 * (-2) = -1 = \frac{-2}{2} = \frac{-d}{a}$	$2 * 1 * 1 = 2 = \frac{-(-2)}{1} = \frac{-d}{a}$

9.4.2. ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 2, ಎರಡೆರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಮೊತ್ತ -7 ಮತ್ತು ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ -14 ಆಗಿರುವಂತಹ ಒಂದು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $ax^3+bx^2+cx+d$  ಮತ್ತು ಅದರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು  $\alpha, \beta, \gamma$  ಆಗಿರಲಿ.

$$\alpha+\beta+\gamma=\frac{-b}{a}=2=\frac{2}{1} \text{-----(1)}$$

$$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}=-7=\frac{-7}{1} \text{-----(2)}$$

$$\alpha\beta\gamma=\frac{-d}{a}=-14=\frac{-14}{1} \text{-----(3)}$$

ಮೇಲಿನ ಮೂರು ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ  $\Rightarrow a=1, b=-2, c=-7, d=14$  ಒಂದು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $x^3-2x^2-7x+14$

9.4.3.  $a-b, a, a+b$  ಗಳು  $x^3-3x^2+x+1$  ಎಂಬ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ  $a$  ಮತ್ತು  $b$  ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ದತ್ತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ  $x^3-3x^2+x+1$  ಯು  $px^3+qx^2+rx+s$  ರೀತಿಯಲ್ಲಿದೆ ಎಂದಾಗ  $p=1, q=-3, r=1$  &  $s=1$

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ} = (a-b)+a+(a+b)=3a=\frac{-q}{p}=3 \Rightarrow a=1$$

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ} = (a-b)*a*(a+b)=\frac{-r}{p}=-1 \text{ ಇಲ್ಲಿ } a=1 \text{ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ } (1-b)*1*(1+b)=-1 \Rightarrow 1-b^2=-1 \Rightarrow$$

$$b^2=2 \therefore b=\pm\sqrt{2} \Rightarrow b=\sqrt{2} \text{ Or } b=-\sqrt{2}$$

9.4.4.  $2 \pm \sqrt{3}$  ಇವು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ  $x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$  ರ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ, ಉಳಿದ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$2+\sqrt{3}$  &  $2-\sqrt{3}$  ಇವು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳು  $x-(2+\sqrt{3})$  &  $x-(2-\sqrt{3}) \Rightarrow \{(x-2)-\sqrt{3}\}$  &  $\{(x-2)+\sqrt{3}\}$

$$\therefore \text{ಯಾವುದೇ ಒಂದು } g(x) \text{ ಗೆ } (x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35) = g(x) * \{(x-2)-\sqrt{3}\} * \{(x-2)+\sqrt{3}\}$$

$$= g(x) * \{(x-2)^2 - (\sqrt{3})^2\} = g(x) * \{x^2 - 4x + 4 - 3\}$$

$\Rightarrow \{x^2 - 4x + 1\}$  ಎನ್ನುವುದು ದತ್ತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಭಾಗಾಕಾರ:

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x - 35 \\ x^2 - 4x + 1 \overline{) x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35} \\ (-) \quad x^4 - 4x^3 + \quad x^2 \\ \hline \quad - 2x^3 - 27x^2 + 138x - 35 \\ (-) \quad - 2x^3 - \quad 8x^2 - \quad 2x \\ \hline \quad \quad - 35x^2 + 140x - 35 \\ (-) \quad \quad - 35x^2 + 140x - 35 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - 35 \\ & = x^2 - 7x + 5x - 35 \\ & = x(x-7) + 5(x-7) \\ & = (x-7)(x+5) \end{aligned}$$

$\Rightarrow x=7$  &  $x=-5$  ಗಳೂ ಕೂಡ ದತ್ತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಉಳಿದ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳು.

9.4.5.  $x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10$  ಎಂಬ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು  $x^2 - 2x + k$  ಎಂಬ ಬಹು ಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಶೇಷವು  $x + a$  ಆದರೆ  $k$  ಮತ್ತು  $a$  ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$p(x) - r(x) = g(x) * q(x)$$

$$x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10 - (x + a) = g(x)(x^2 - 2x + k)$$

$(x^2 - 2x + k)$  ಎನ್ನುವುದು  $(x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 26x + 10 - a)$  ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ

ಭಾಗಾಕಾರ:

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 4x + (8 - k) \\
 x^2 - 2x + k \overline{) x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 26x + 10 - a} \\
 \underline{(-) x^4 - 2x^3 + kx^2} \\
 - 4x^3 + (16 - k)x^2 - 26x + 10 - a \\
 \underline{(-) - 4x^3 \quad 8x^2 - 4kx} \\
 (8 - k)x^2 - (26 - 4k)x + 10 - a \\
 \underline{(-) (8 - k)x^2 - (16 - 2k)x + 8k - k^2} \\
 (-10 + 2k)x + (10 - a - 8k + k^2)
 \end{array}$$

ಶೇಷ:  $(-10 + 2k)x + (10 - a - 8k + k^2)$

ಇದು 0 ಗೆ ಸಮ

$$\Rightarrow (-10 + 2k)x = 0 \quad \& \quad (10 - a - 8k + k^2) = 0$$

$$\Rightarrow (-10 + 2k) = 0 \quad \& \quad (10 - a - 8k + k^2) = 0$$

$$\Rightarrow k = 5$$

$$(10 - a - 8k + k^2) = 0 \Rightarrow 10 - a - 40 + 25 = 0$$

$$\therefore -a + 5 = 0 \Rightarrow a = -5$$