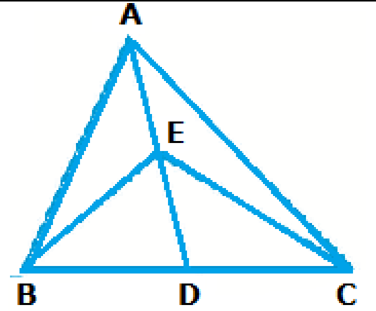
11.3.1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ Δ ABC ಯ AD ಮಧ್ಯರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು E ಆದರೆ ವಿ(ABE) = ವಿ(ACE) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

Δ ABC ಯಲ್ಲಿ DB= DC $\Rightarrow$ ವಿ(ADB) = ವಿ(ADC) -----(1)

Δ EBC ಯಲ್ಲಿ DB= DC $\Rightarrow$ ವಿ(EDB) = ವಿ(EDC) -----(2)

ಸ.(1)-(2) $\Rightarrow$ ವಿ(ADB)- ವಿ(EDB) = ವಿ(ADC) - ವಿ(EDC) $\Rightarrow$ ವಿ(AEB) = ವಿ(AEC)

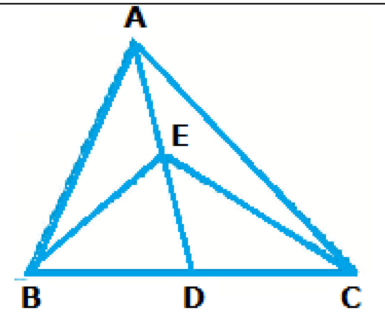


11.3.2. Δ ABC ಯಲ್ಲಿ AD ಮಧ್ಯರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು E ಆದರೆ ವಿ(BED) = $\frac{1}{4}$ ವಿ(ABC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

Δ ABD ಯಲ್ಲಿ ED = EA $\Rightarrow$ ವಿ(BED) = ವಿ(BEA) $\Rightarrow$ ವಿ(BED) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(ADB)-----(1)

Δ ABC ಯಲ್ಲಿ DB= DC $\Rightarrow$ ವಿ(ADB) = ವಿ(ADC) $\Rightarrow$ ವಿ(ADB) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(ABC)-----(2)

ಸ.(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ $\Rightarrow$ ವಿ(BED)= $\frac{1}{2} * \frac{1}{2}$ ವಿ(ABC) = $\frac{1}{4}$ ವಿ(ABC)



11.3.3. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಅದನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

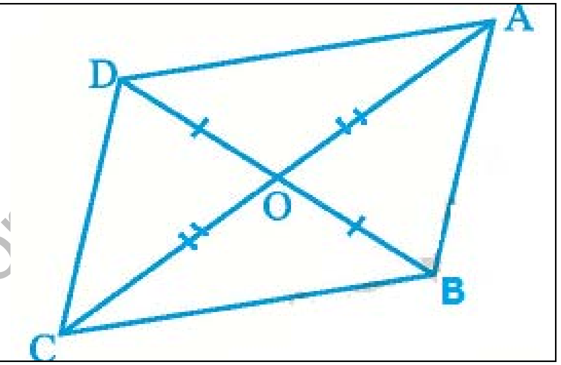
Δ CAD ಯಲ್ಲಿ OC=OA $\Rightarrow$ ವಿ(OCD) = ವಿ(OAD) -----(1)

Δ CAB ಯಲ್ಲಿ OC=OA $\Rightarrow$ ವಿ(OCB) = ವಿ(OAB) -----(2)

Δ CDB ಯಲ್ಲಿ OD=OB $\Rightarrow$ ವಿ(OCD) = ವಿ(OCB) -----(3)

Δ ADB ಯಲ್ಲಿ OD=OB $\Rightarrow$ ವಿ(OAB)= ವಿ(OAD) -------(4)

ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ ವಿ(OCD) = ವಿ(OAD)= ವಿ(OAB)= ವಿ(OCB)



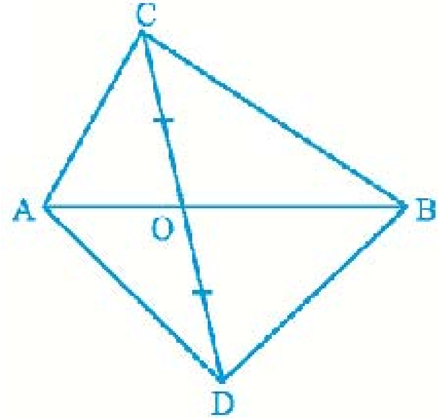
11.3.4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ Δ ABC ಮತ್ತು Δ ABD ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ AB ಯ ಮೇಲಿವೆ. CD ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು AB ಯು O ನಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಿಸಿದರೆ ವಿ(ABC) = ವಿ(ABD) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

Δ CBD ಯಲ್ಲಿ OC=OD $\Rightarrow$ ವಿ(OBC) = ವಿ(OBD) -----(1)

Δ CAD ಯಲ್ಲಿ OC=OD $\Rightarrow$ ವಿ(OAC) = ವಿ(OAD) -----(2)

(1) +(2) $\Rightarrow$ ವಿ(OBC) + ವಿ(OAC)= ವಿ(OBD)+ ವಿ(OAD)

$\Rightarrow$ ವಿ(ABC) = ವಿ(ABD)



11.3.5. D,E ಮತ್ತು F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ Δ ABC ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ BC, CAC ಮತ್ತು AB ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ,

(i) BDEF ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

(ii) ವಿ(DEF) $=\frac{1}{4}$ ವಿ(ABC)

(iii) ವಿ(BDEF) $=\frac{1}{2}$ ವಿ(ABC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

BF=AF & AE=EC, ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ EF||BD & EF=$\frac{1}{2}$BC ---(1)

BD=DC ಆಗಿರುವುದರಿಂದ EF=BD -----(2)

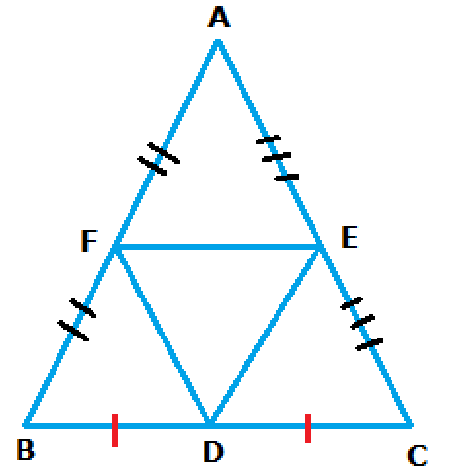
(1)ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ BDEF ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. ∴ ವಿ(FBD)=ವಿ(DEF)

ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿದಂತೆ CDFE ಮತ್ತು AFDE ಗಳು ಕೂಡ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು

∴ ವಿ(DCE)=ವಿ(DEF) & ವಿ(AFE)=ವಿ(DEF) ಅಂದರೆ ಈ ನಾಲ್ಕೂ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮ

∴ ವಿ(DEF)=$\frac{1}{4}$ ವಿ(ABC)

ವಿ(BDEF) =2*ವಿ(DEF)= 2*$\frac{1}{4}$ ವಿ(ABC)=$\frac{1}{2}$ ವಿ(ABC)



11.3.6. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳಾದ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು OB = OD ಆಗುವಂತೆ O ನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. AB = CD ಆದರೆ

(i) ವಿ (DOC) = ವಿ (AOB)

(ii) ವಿ (DCB) = ವಿ (ACB)

(iii) DA || CB ಅಥವಾ ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

[ಸುಳುಹು D ಮತ್ತು B ಗಳಿಂದ AC ಗೆ ಲಂಬಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ]

Δ ADB ಯಲ್ಲಿ OD=OB ⇒ ವಿ(AOB)=ವಿ(AOD) -----(1)

Δ CDB ಯಲ್ಲಿ OD=OB ⇒ ವಿ(BOC)=ವಿ(DOC) -----(2)

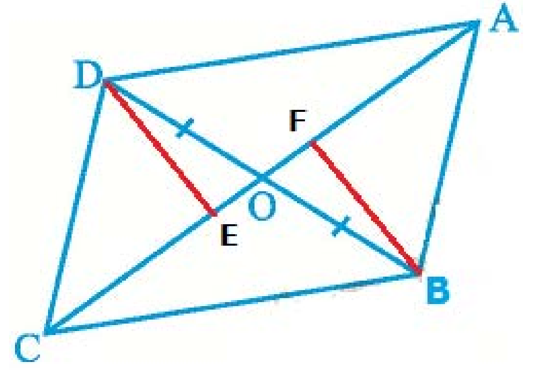
(1) +(2) ⇒ ವಿ(AOB) + ವಿ(BOC)= ವಿ(AOD)+ ವಿ(DOC)⇒ವಿ(ABC) = ವಿ(ADC)

ABC ಮತ್ತು ADC ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪಾದ AC ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ

ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ ಅಂದರೆ DE=BF,

DE=CF , AB=CD ಮತ್ತು DEC & BFA ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ

ಬಾ.ಬಾ.ಕೋ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮದಂತೆ ಅವುಗಳು ಸರ್ವಸಮಗಳು. ಹಾಗಾಗಿ ∠DCE=∠BAC.



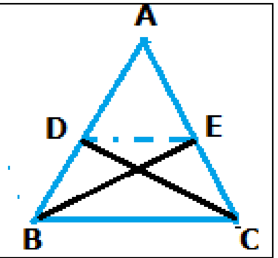
ಇವುಗಳು ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ CD||AB. ಒಂದು ಜೊತೆ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ABCD ಯು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. ⇒OC=OA.

Δ DOC ಮತ್ತು Δ AOB ಗಳಲ್ಲಿ OC=OA & DE=BF ⇒ವಿ(DOC) = ವಿ(AOB)

Δ DCB ಮತ್ತು Δ ACB ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪಾದ CB ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ (DCB) = ವಿ (ACB)

11.3.7. Δ ABC ಯ AB ಮತ್ತು AC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ D ಮತ್ತು E ಆಗಿವೆ. ವಿ(DBC) = ವಿ(EBC) ಆದರೆ DE || BC ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

Δ DBC ಮತ್ತು Δ EBC ಗಳ ಪಾದ BC ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ. ಅಂದರೆ D ಮತ್ತು E ಬಿಂದುಗಳು BC ರೇಖೆಯಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿವೆ. ಹೀಗಾಗಿ DE||BC



11.3.8. XY ಯು Δ ABC ಯ BC ಬಾಹುಗೆ ಸಮಾಂತರ ವಾಗಿರುವ ಒಂದು ರೇಖೆಯಾಗಿದೆ. BE || AC ಮತ್ತು CF || AB ಗಳು XY ಯನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ E ಮತ್ತು F ಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದರೆ ವಿ(ABE) = ವಿ(ACF) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

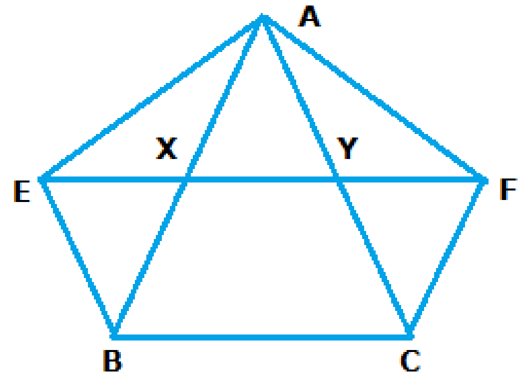
XY(=EXYF)||BC,BE||AC(=AYC) ⇒ EBCY ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

XY(=EXYF)||BC,CF||AB(=BXA) ⇒ BCFX ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

ಇವುಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಮತ್ತು ಸಮನಾದ ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ ವಿ(EBCY)=ವಿ(BCFX) ----(1)

Δ EBA ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ EBCY ಗಳ ಪಾದ EB ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(EBA)=$\frac{1}{2}$ವಿ(EBCY) -------(2)

Δ CFA ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ CFXB ಗಳ ಪಾದ CF ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(CFA)=$\frac{1}{2}$ವಿ(CFXB) --------(3)



(2),(3) & (1) ರಿಂದ ವಿ(EBA)=ವಿ(CFA)

11.3.9. ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ AB ಬಾಹುವನ್ನು ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದು P ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಲಾಗಿದೆ. A ಮೂಲಕ CP ಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರವಾದ ಸರಳರೇಖೆಯು CB ಯಿಂದ ವೃದ್ಧಿಸಿದ ರೇಖೆಯನ್ನು Q ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದೆ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದೆ. ವಿ (ABCD) = ವಿ (PBQR) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.[ಸುಳುಹು : AC ಮತ್ತು PQ ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಆಗ ವಿ (ACQ) ಮತ್ತು ವಿ (APQ) ಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ]

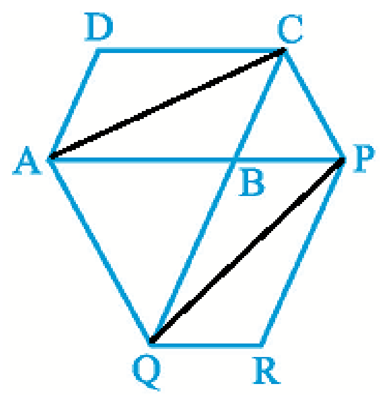
AQ||PC & Δ AQC ಮತ್ತು Δ AQP ಗಳ ಪಾದ AQ ಒಂದೇ ಅಗಿ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ. ವಿ(AQC) = ವಿ(AQP)

$\therefore$ ವಿ(AQC)- ವಿ(ABQ) = ವಿ(AQP)- ವಿ(ABQ) $\Rightarrow$ ವಿ(ABC)= ವಿ(PBQ) -------(1)

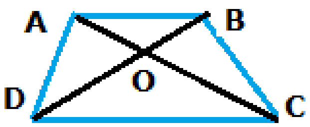
ವಿ(ABC)= $\frac{1}{2}$ ವಿ(ABCD)---------(2) ($\because$ ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, AC ಕರ್ಣ)

ವಿ(PBQ) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(PBQR) ------(3) ($\because$ PBQR ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQ ಕರ್ಣ)

(1),(2) & (3) ರಿಂದ ವಿ (ABCD) = ವಿ (PBQR)



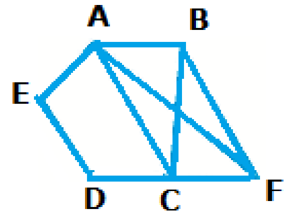
11.3.10. ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ AB || DC. AC ಮತ್ತು BD ಕರ್ಣಗಳು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. ವಿ(AOD) = ವಿ(BOC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

Δ ADC ಮತ್ತು Δ BDC ಗಳ ಪಾದ DC ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(ADC) = ವಿ(BDC) ∴ ವಿ(ADC)- ವಿ(DOC) = ವಿ(BDC)- ವಿ(DOC) ⇒ ವಿ(AOD) = ವಿ(BOC)	

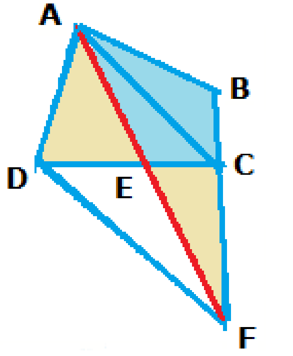
11.3.11. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCDE ಒಂದು ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿ B ನಿಂದ AC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು DC ಯ ವೃದ್ಧಿಸಿದ ಭಾಗವನ್ನು F ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದೆ

(i) ವಿ (ACB) = ವಿ(ACF)

(ii) ವಿ(AEDF) = ವಿ(ABCDE) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

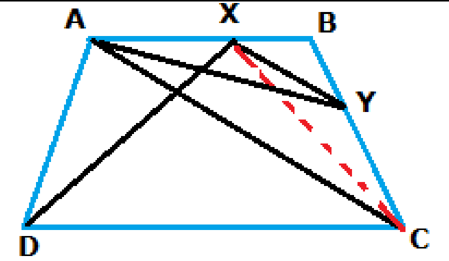
BF||AC Δ ACB ಮತ್ತು Δ ACF ಗಳ ಪಾದ AC ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(ACB) = ವಿ(ACF) ∴ ವಿ(ACB)+ ವಿ(AEDC) = ವಿ(ACF)+ವಿ(AEDC) ⇒ ವಿ(ABCDE) = ವಿ(AEDF)	

11.3.12. ಹಳ್ಳಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಇತ್‌ವಾರಿ ಎಂಬುವರಿಗೆ ಸೇರಿದ ಜಮೀನು ಚತುರ್ಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಆ ಊರಿನ ಗ್ರಾಮ ಪಂಚಾಯಿತಿಯು ಒಂದು ಆರೋಗ್ಯ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಕಟ್ಟಲು ಇತ್‌ವಾರಿಯವರ ಜಮೀನಿನ ಮೂಲೆಯೊಂದರ ಸ್ವಲ್ಪ ಭಾಗವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿತು. ಇತ್‌ವಾರಿಯು ತನ್ನ ಜಮೀನಿನ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಅಷ್ಟೇ ದೊಡ್ಡದಾದ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರುವ ಹಾಗೂ ಅದನ್ನು ಅವರ ಜಮೀನಿಗೆ ಸೇರಿಸಿದಾಗ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರ ರಚನೆಯಾಗುವಂತಿರುವ ಜಾಗವನ್ನು ಕೊಡಬೇಕೆಂಬ ಶರ್ತಿನ ಮೇರೆಗೆ ಒಪ್ಪಿಕೊಂಡರು. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಒಪ್ಪಂದವನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಾಕಾರಗೊಳಿಸಬಹುದೆಂಬುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

ಜಮೀನು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿ, ಚೌಕಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಆಕಾರದಲ್ಲಿಯೂ ಇರಬಹುದು. ಆಗ ದೊರೆಯುವ ಪರಿಹಾರಗಳು ಸ್ವಲ್ಪ ಬೇರೆ ತೆರನಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ.ಆದುದರಿಂದ ಅದು ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ ಲೆಕ್ಕ ಬಿಡಿಸುವ. ಅವರ ಈಗಿನ ಜಮೀನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ABCD ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಇರಲಿ. ಅವರು ಬದಲಿಸಿಕೊಂಡ ನಂತರ ABF ನಂತೆ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಇರಲಿ. AC ಎಳೆಯಿರಿ. AC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ D ಯಿಂದ ಎಳೆದ ರೇಖೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದ BC ಯನ್ನು F ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯಲಿ. Δ ADF ಮತ್ತು Δ CDF ಗಳ ಪಾದ DF ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(ADF)=ವಿ(CDF) $\therefore$ ವಿ(ADF) - ವಿ(DEF) = ವಿ(CDF)- ವಿ(DEF) $\Rightarrow$ ವಿ(ADE) = ವಿ(CEF)	
ಅಂದರೆ ಅವರು ತ್ರಿಭುಜ ADE ಜಾಗ ಬಿಟ್ಟುಕೊಟ್ಟು ಅದರ ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ತ್ರಿಭುಜ CEF ಜಾಗ ಪಡೆಯಬಹುದು. ಆಗ ಅವರ ಜಮೀನು ಉಳಿಸಿಕೊಂಡ ಜಾಗ ABCE ಸೇರಿ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ABF ಆಗುತ್ತದೆ	

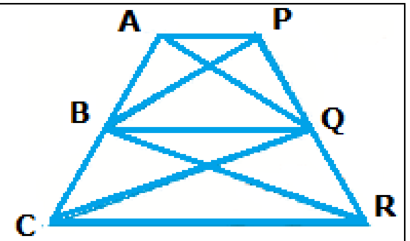
11.3.13. ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ AB || DC. AC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖಾಖಂಡವು AB ಯನ್ನು X ನಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ BC ಯನ್ನು Y ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದೆ. ಆದರೆ ವಿ(ADX) = ವಿ(ACY) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.[ಸುಳುಹು CX ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ]

AB||CD
Δ AXD ಮತ್ತು Δ AXC ಗಳ ಪಾದ AX ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ
ವಿ(AXD)=ವಿ(AXC) ------(1)
Δ ACX ಮತ್ತು Δ ACY ಗಳ ಪಾದ AC ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ
ವಿ(ACX)=ವಿ(ACY) ------(2)
(1) & (2) ರಿಂದ ವಿ(ADX)=ವಿ(ACY)



11.3.14. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AP||BQ||CR ಆದರೆ ವಿ(AQC) = ವಿ(PBR) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

AP||BQ, Δ BQA ಮತ್ತು Δ BQP ಗಳ ಪಾದ BQ ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(BQA)=ವಿ(BQP) ------(1)
BQ||CR, Δ BQC ಮತ್ತು Δ BQR ಗಳ ಪಾದ BQ ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(BQC)=ವಿ(BQR) ------(2)
(1) + (2) $\Rightarrow$ ವಿ(BQA)+ ವಿ(BQC)= ವಿ(BQP)+ ವಿ(BQR) $\Rightarrow$ ವಿ(AQC) = ವಿ(PBR)

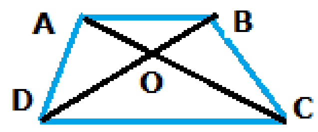


11.3.15. Δ AOD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು Δ BOC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವಂತೆ ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. ABCD ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ವಿ(AOD) = ವಿ(BOC) ∴ ವಿ(AOD)+ ವಿ(AOB) = ವಿ(BOC)+ ವಿ(AOB)

⇒ ವಿ(ABD) = ವಿ(ABC)

Δ ABD ಮತ್ತು Δ ABC ಗಳ ಪಾದ AB ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ. ಅಂದರೆ AB ಯು BC ರೇಖೆಯಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ AB ||BC ⇒ ABCD ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ



11.3.16. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ವಿ(DRC) = ವಿ(DPC) ಮತ್ತು ವಿ(BDP) = ವಿ(ARC) ಆದರೆ ABCD ಮತ್ತು DCPR ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ವಿ(DCR)=ವಿ(DCP) ⇒ Δ DCR ಮತ್ತು Δ DCP ಗಳ ಪಾದ DC ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ. ಅಂದರೆ DC ರೇಖೆಯು RP ರೇಖೆಯಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿವೆ.

ಹೀಗಾಗಿ DC||RP ⇒ DCPR ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ

ವಿ(BDP)=ವಿ(ARC) ⇒ ವಿ(BDP)- ವಿ(DPC)=ವಿ(ARC)- ವಿ(DPC)= ವಿ(ARC)- ವಿ(DRC)

∴ ವಿ(DCB)=ವಿ(DCA)

Δ DCB ಮತ್ತು Δ DCA ಗಳ ಪಾದ DC ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮ. ಅಂದರೆ DC ರೇಖೆಯು AB ರೇಖೆಯಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿವೆ. ಹೀಗಾಗಿ DC||AB⇒ ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ