11.4.1. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಮತ್ತು ABEF ಆಯತಗಳು AB ಪಾದದ ಮೇಲಿದ್ದು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆ. ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

CD=AB (ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD) & AB=AE=EF=FB(ABEF ಆಯತ)

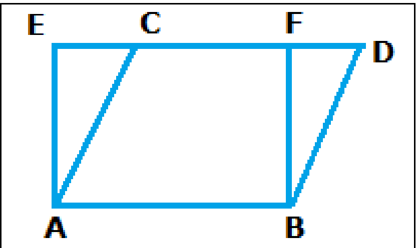
ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಎಲ್ಲಾ ರೇಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬವೇ ಚಿಕ್ಕ ರೇಖೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ AC>AE

ಎರಡೂ ಕಡೆ AB ಸೇರಿಸಿದಾಗ AB+AC>AB+AE ----(1)

ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಎಲ್ಲಾ ರೇಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬವೇ ಚಿಕ್ಕ ರೇಖೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ BD>BF

ಎರಡೂ ಕಡೆ CD ಸೇರಿಸಿದಾಗ CD+BD>CD+BF=EF+BF ----(2) (∵ ಇಲ್ಲಿ CD=AB=EF)

(1)+(2) $\Rightarrow$ AB+AC+CD+BD >(AB+AE)+(EF+BF)



11.4.2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ BD=DE=EC ಆಗುವಂತೆ BC ಯ ಮೇಲೆ D ಮತ್ತು E ಬಿಂದುಗಳಿವೆ. ಆದರೆ ವಿ(ABD)=ವಿ(ADE) = ವಿ(AEC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ಪೀಠಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕೇಳಲಾದ, ಬುಧಿಯಾ ತನ್ನ ಜಮೀನನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಮೂರು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿರುವಳೇ? ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಈಗ ನೀವು ಉತ್ತರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

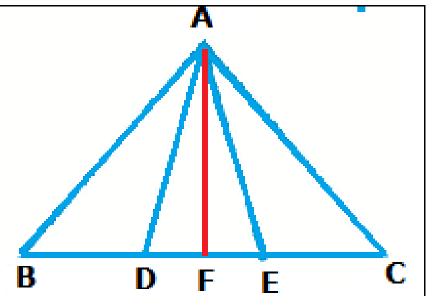
[ಗಮನಿಸಿ : BD=DE=EC ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ Δ ABC ಯು ಸಮವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ Δ ABD, Δ ADE ಮತ್ತು ΔAEC ಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆಯೇ BC ಯನ್ನು n ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಶೃಂಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ Δ ABC ಯು ಸಮವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿರುವ n ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ]

ರಚನೆ : A ಯಿಂದ BC ಗೆ AF ಲಂಬ ಎಳೆಯಿರಿ.

ವಿ(ABD)=$\frac{1}{2}$BD*AF ; ವಿ(ADE)=$\frac{1}{2}$DE*AF; ವಿ(AEC)=$\frac{1}{2}$EC*AF

BD=DE=EC ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ವಿ(ABD)= ವಿ(ADE)= ವಿ(AEC)

BC ಯನ್ನು 3 ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿದಾಗ 3 ಸಮವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ದೊರೆತವು.



ಅದೇ ರೀತಿ BC ಯನ್ನು n ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿದಾಗ n ಸಮವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.

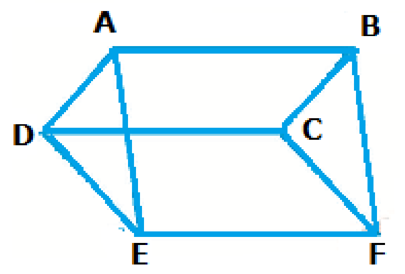
11.4.3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD, DCFE ಮತ್ತು ABEF ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಆದರೆ ವಿ (ADE) = ವಿ (BCF) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow$ AD=BC

DCFE ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow$ DE=CF

ABFE ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow$ AE=BF

ADE & BCF ತ್ರಿಬುಜಗಳ ಮೂರೂ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳು. ಹಾಗಾಗಿ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮ.



11.4.4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. AD=CQ ಆಗುವಂತೆ BC ಯನ್ನು Q ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. AQ ರೇಖಾಖಂಡವು DC ಯನ್ನು P ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ ವಿ (BPC) = ವಿ(DPQ) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ(ಸುಳುಹು : AC ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ)

ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ AB||CPD

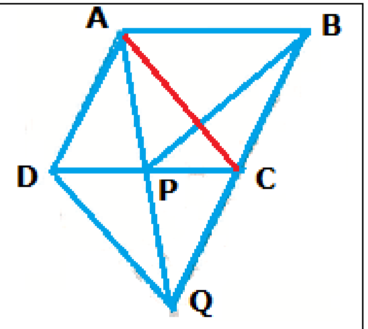
Δ BPC ಮತ್ತು Δ APC ಗಳ ಪಾದ PC ಒಂದೇ ಅಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ

ವಿ(BPC)= ವಿ(APC) ----(1)

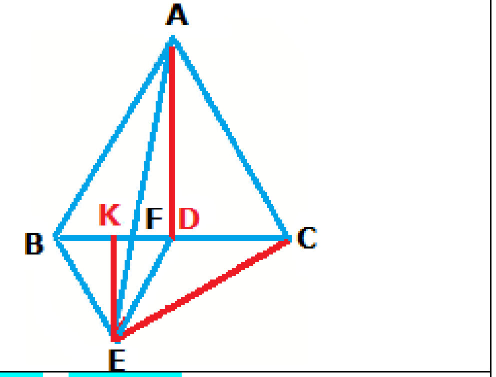
AD=CQ & AD||BCQ $\Rightarrow$ ADQC ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\therefore$ DP=CP $\Rightarrow$ ವಿ(APC) = ವಿ(APD) ----(2)

ADQC ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\therefore$ AP=PQ $\Rightarrow$ ವಿ(APD) = ವಿ(DPQ) ----(3)

(1) , (2) & (3) ರಿಂದ ವಿ (BPC) = ವಿ(DPQ)



11.4.5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABC ಮತ್ತು BDE ಗಳು ಎರಡು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು. D ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಆಗಿದೆ. AE ಯು BC ಯನ್ನು F ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ,(i) ವಿ(BDE) $=\frac{1}{4}$ವಿ(ABC) (ii) ವಿ(BDE)$=\frac{1}{2}$ವಿ(BAE) (iii) ವಿ(ABC)=2ವಿ(BEC) (iv) ವಿ(BFE)=ವಿ(AFD) (v) ವಿ(BFE) = 2ವಿ(FED) (vi) ವಿ(FED) $=\frac{1}{8}$ವಿ(AFC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



BD=$\left(\frac{BC}{2}\right)$; BDE & ABC ಗಳು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ; ಸೂತ್ರದಂತೆ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ=$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

ವಿ(BDE) $=\frac{\sqrt{3}}{4}BD^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{BC}{2}\right)^2=\frac{1}{4}[\frac{\sqrt{3}}{4}BC^2] =\frac{1}{4}$ವಿ(ABC) ------(1)

Δ BEC ನಲ್ಲಿ BD=DC ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ವಿ(BDE) $=\frac{1}{2}$ವಿ(BEC) ------(2)

Δ ABC & Δ BED ಗಳು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿರಿವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಒಳಗಿನ ಪ್ರತೀ ಕೋನವು 60^{O}

∴ ∠EBD=∠BCA. & ∠ABC=∠BDE ಇವು ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ BE||AC & AB||DE

Δ BEA ಮತ್ತು Δ BEC ಗಳ ಪಾದ BE ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(BEA)=ವಿ(BEC) ----(3)

(2) & (3) ರಿಂದ ವಿ(BDE)= $\frac{1}{2}$ವಿ(BEA) ; (1)=(2) ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\frac{1}{4}$ವಿ(ABC)= $\frac{1}{2}$ವಿ(BEC) ⇒ ವಿ(ABC) = 2 ವಿ(BEC)

Δ BDE ಮತ್ತು Δ ADE ಗಳ ಪಾದ DE ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(BDE)= ವಿ(AED)

ಎರಡೂ ಕಡೆ ವಿ(FED) ಕಳೆದಾಗ ವಿ(BDE) - ವಿ(FED) =ವಿ(AED)- ವಿ(FED) ⇒ ವಿ(BFE) =ವಿ(AFD) ----(4)

Δ ABC & Δ BED ಗಳು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿರಿವುದರಿಂದ ಲಂಬ AD=$\frac{\sqrt{3}}{2}$*ಬಾಹು=$\frac{\sqrt{3}}{2}$*BC & ಲಂಬ EK=$\frac{\sqrt{3}}{2}$*BD

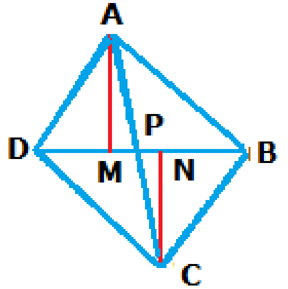
(4) ರಿಂದ ವಿ(BFE)=ವಿ(AFD)=$\frac{1}{2}$*FD*AD=$\frac{1}{2}$*FD*$\frac{\sqrt{3}}{2}$*BC =$\frac{1}{2}$*FD*$\frac{\sqrt{3}}{2}$2*BD =2{$\frac{1}{2}$*FD*$\frac{\sqrt{3}}{2}$BD}=2{$\frac{1}{2}$*FD*EK}=2ವಿ(FED)

ವಿ(AFC)= ವಿ(AFD)+ ವಿ(ADC)= ವಿ(AFD)+$\frac{1}{2}$ವಿ(ABC)= ವಿ(AFD)+$\frac{1}{2}${4ವಿ(BDE)}= ವಿ(AFD)+2ವಿ(BDE)}

= ವಿ(AFD)+2ವಿ(AED)}= ವಿ(AFD)+2{ವಿ(AFD)+ವಿ(FED)}= 3ವಿ(AFD) +2ವಿ(FED)=3*2ವಿ(FED) +2ವಿ(FED)=8ವಿ(FED)

11.4.6. ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳಾದ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ P ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. ವಿ(APB)*ವಿ(CPD)=ವಿ(APD)*ವಿ(BPC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.[ಸುಳುಹು : A ಮತ್ತು C ಗಳಿಂದ ಕ್ರಮವಾಗಿ BD ಗೆ ಲಂಬಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.]

<table>
<tr>
<td>ರಚನೆ :ಶೃಂಗ A ಮತ್ತು C ಗಳಿಂದ BD ಗೆ ಲಂಬ AM ಮತ್ತು CN ಎಳೆಯಿರಿ.

ವಿ(APB)*ವಿ(CPD)= $\frac{1}{2}$ (PB*AM)* $\frac{1}{2}$ (DP*CN)= $\frac{1}{2}$ (DP*AM)* $\frac{1}{2}$ (PB*CN)= ವಿ(APD)*ವಿ(BPC)</td>
<td></td>
</tr>
</table>

11.4.8. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABC ಯು A ಯಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ಹೊಂದಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ. BCED, ACFG ಮತ್ತು ABMN ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ BC,CA,AB ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿರುವ ವರ್ಗಗಳಾಗಿವೆ. ರೇಖಾಖಂಡ AX ⊥ DE ಯು BC ಯನ್ನು Y ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದೆ.

(i) Δ MBC ≅ Δ ABD (ii) ವಿ(BYXD)=2ವಿ(MBC)(iii) ವಿ(BYXD) =ವಿ (ABMN)

(iv) Δ FCB ≅ Δ ACE (v) ವಿ(CYXE)=2ವಿ(FCB) (vi) ವಿ(CYXE) = ವಿ(ACFG)

(vii) ವಿ(BCED) = ವಿ (ABMN) + ವಿ (ACFG) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ΔMBC & ΔABD ಗಳಲ್ಲಿ

∠MBC=∠MBA+∠ABC=90^{0}+∠ABC=∠DBC+∠ABC=∠DBA

ಮತ್ತು MB=BA,BC=BD ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮದಂತೆ

Δ MBC ≅ Δ ABD ⇒ ವಿ(MBC)=ವಿ(ABD)=ವಿ(ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABDX)- ವಿ(ADX)

$=\frac{1}{2}$(BD+AX)BY-$\frac{1}{2}$DX*AX=$\frac{1}{2}${BD*BY+AX*BY-AX*DX)}

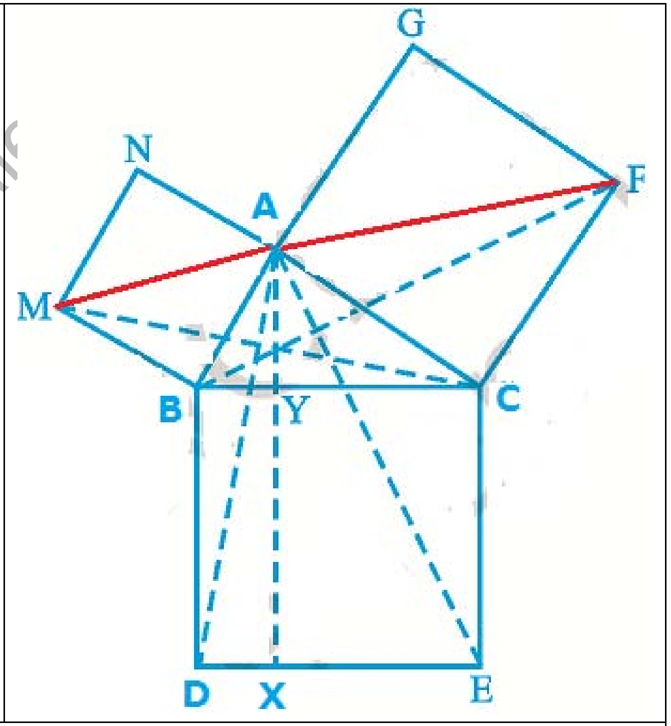
$=\frac{1}{2}${BD*BY+AX*(BY-DX)} $=\frac{1}{2}${BD*BY+AX*0}$=\frac{1}{2}$(BD*BY)

$=\frac{1}{2}$ವಿ(ಆಯತ BYXD) ∴ ವಿ(ಆಯತ BYXD)=2ವಿ(MBC) -----(1)

Δ MBA ಮತ್ತು Δ MBC ಗಳ ಪಾದ MB ಒಂದೇ ಆಗಿ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದರಿಂದ ವಿ(MBC)= ವಿ(MBA) -----(2)

(1) & (2) ರಿಂದ ವಿ(ಆಯತ BYXD)=2ವಿ(MBA) = ವಿ(ವರ್ಗ ABMN)

ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿದ ಹಂತಗಳನ್ನು ΔFCB & ΔACE ಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಸರಿಸಿ Δ FCB ≅ Δ ACE ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ



ಹಾಗೆಯೇ ವಿ(CYXE)=2ವಿ(FCB) & ವಿ(ಆಯತ CYXE) = ವಿ(ವರ್ಗ ACFG) ಎಂದು ತೋರಿಸಬಹುದು

∴ ವಿ(ಆಯತ BYXD) + ವಿ(ಆಯತ CYXE)= ವಿ(ವರ್ಗ ABMN)+ ವಿ(ವರ್ಗ ACFG)