4.5.1. ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

ಸಂ.	ಪ್ರಶ್ನೆ.	ಗುಣಲಬ್ಧ	ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಸಮೀಕರಣ.
(i)	(x+4)(x+10)	$=x^2+x(4+10)+4*10= x^2+14x+40$	$(x+a)(x+b)=x^2+x(a+b)+ab$ & $a=4,b=10$
(ii)	(x+8)(x-10)	$=x^2+x(8-10)+8*(-10)= x^2-2x-80$	$(x+a)(x+b)=x^2+x(a+b)+ab$ & $a=8,b=-10$
(iii)	(3x+4)(3x-5)	$=(3x)^2+3x(4-5)+4*(-5)=9x^2-3x-20$	$(x+a)(x+b)=x^2+x(a+b)+ab$ & $x=3x,a=4,b=-5$
(iv)	$(y^2+\frac{3}{2})(y^2-\frac{3}{2})$	$=(y^2)^2-(\frac{3}{2})^2=y^4-\frac{9}{4}$	$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ & $a= y^2$ & $b=\frac{3}{2}$
(v)	(3-2x)(3+2x)	$=3^2-(2x)^2=9-4x^2$	$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ & $a= 3$ & $b=2x$

4.5.2. ನೇರವಾಗಿ ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡದೆ ಕೆಳಗಿನ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

ಸಂ.	ಪ್ರಶ್ನೆ.	ಗುಣಲಬ್ಧ	ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಸಮೀಕರಣ.
(i)	103*107	$=(100+3)(100+7)=100^2+100*10+21=11021$	$(x+a)(x+b)=x^2+x(a+b)+ab$ & $x=100$, $a=3,b=7$
(ii)	95*96	$=(90+5)(90+6)=90^2+90*11+30=9120$	$(x+a)(x+b)=x^2+x(a+b)+ab$ & $x=90$, $a=5,b=6$
(iii)	104*96	$=(100+4)(100-4)=100^2-4^2=9984$	$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ & $a= 100$ & $b=4$

4.5.3. ಸೂಕ್ತವಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿ:

	(i)	(ii)	(iii)
ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು --->	$9x^2+6xy+y^2$	$4y^2-4y+1$	$x^2-\frac{y^2}{100}$
ಪದಗಳ ವಿಭಜನೆ	$(3x)^2+2*3xy+(y)^2$	$(2y)^2-2*2y+(1)^2$	$(x)^2-\left(\frac{y}{10}\right)^2$
ಯಾವುದರಂತೆ	$(a+b)^2 =a^2+2ab-b^2$; $a=3x$ & $b=y$	$(a-b)^2 =a^2-2ab+b^2$; $a=2y$ & $b=1$	$(a+b)(a-b)= a^2-b^2$; $a=x$ & $b=\left(\frac{y}{10}\right)$
ಅಪವರ್ತನಗಳು	(3x+y) & (3x+y)	(2y-1) & (2y-1)	$x+\left(\frac{y}{10}\right)$ & $x-\left(\frac{y}{10}\right)$

A Project of www.eShale.org

4.5.4. ಸೂಕ್ತವಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ:

ಗಮನಿಸಿ : ಇಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು $(a+b+c)^2= a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆ	
(i)	$(x+2y+4z)^2=(x)^2+(2y)^2+(4z)^2 + 2*x*2y + 2*2y*4z + 2*4z*x$ $=x^2+4y^2+16z^2+4xy+16zy+8zx$
(ii)	$(2x-y+z)^2=(2x)^2+(-y)^2+(z)^2 + 2*2x*(-y) + 2*(-y)z + 2*z*2x$ $=4x^2+y^2+z^2-4xy-2yz+4xz$
(iii)	$(-2x+3y+2z)^2=(-2x)^2+(3y)^2+(2z)^2 +2*(-2x)*3y +2*3y*2z +2*2z*(-2x)$ $=4x^2+9y^2+4z^2-12xy+12yz-8xz$
(iv)	$(3a-7b-c)^2=(3a)^2+(-7b)^2+(-c)^2 + 2*3a*(-7b) + 2*(-7b)*(-c) + 2*(-c)*3a$ $=9a^2+49b^2+c^2-42ab+14bc-6ac$
(v)	$(-2x+5y-3z)^2=(-2x)^2+(5y)^2+(-3z)^2+ 2*(-2x)*5y + 2*5y*(-3z) + 2*(-3z)*(-2x)$ $=4x^2+25y^2+9z^2-20xy-30yz+12xz$
(vi)	$(\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b+1)^2=(\frac{1}{4}a)^2+(-\frac{1}{2}b)^2+1^2 + 2*(\frac{1}{4}a)*(-\frac{1}{2}b) +2*(-\frac{1}{2}b)*1 + 2*1*(\frac{1}{4}a)$ $=\frac{1}{16}a^2+\frac{1}{4}b^2+1-\frac{1}{4}ab-b+\frac{1}{2}a$

4.5.5. ಅಪವರ್ತಿಸಿ:

ಗಮನಿಸಿ : ಇಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=(a+b+c)^2$ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆ	
(i)	$4x^2+9y^2+16z^2+12xy-24yz-16xz$ $=(2x)^2+(3y)^2+(-4z)^2 + 2*2x*3y + 2*3y*(-4z) + 2*(-4z)*x$ $=(2x+3y-4z)^2$
(ii)	$2x^2+y^2+8z^2-2\sqrt{2}xy+4\sqrt{2}yz-8xz$ $=(-\sqrt{2}x)^2+y^2+(2\sqrt{2}z)^2 + 2*(-\sqrt{2}x)*y + 2*y*(2\sqrt{2}z) + 2*(2\sqrt{2}z)*(-\sqrt{2}x)$ $(-\sqrt{2}x+y+2\sqrt{2}z)^2$

A Project of www.eShale.org

4.5.6. ಕೆಳಗಿನ ಘನಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತೃತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ:

ಗಮನಿಸಿ : ಇಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು $(a+b)^3 = a^3+b^3+3ab(a+b)$ ಅಥವಾ $(a-b)^3 = a^3-b^3-3ab(a-b)$ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆ	
(i)	$(2x+1)^3=(2x)^3+(1)^3+3*2x*1(2x+1)$ $=8x^3+1+6x(2x+1)=8x^3+12x^2+6x+1$
(ii)	$(2a-3b)^3=(2a)^3-(3b)^3-3*2a*3b(2a-3b)$ $=8a^3-27b^3-18ab(2a-3b)=8a^3-27b^3-36a^2b+54ab^2$
(iii)	$(\frac{3}{2}x+1)^3=(\frac{3}{2}x)^3+(1)^3+3*\frac{3}{2}x*1(\frac{3}{2}x+1)$ $=\frac{27}{8}x^3+1+\frac{9}{2}x(\frac{3}{2}x+1)=\frac{27}{8}x^3+\frac{27}{4}x^2+\frac{9}{2}x+1$
(iv)	$(x-\frac{2}{3}y)^3=(x)^3-(\frac{2}{3}y)^3-3*x*\frac{2}{3}y(x-\frac{2}{3}y)$ $=x^3-\frac{8}{27}y^3-2xy(x-\frac{2}{3}y)=x^3-\frac{8}{27}y^3-2x^2y+\frac{4}{3}xy^2$

4.5.7. ಸೂಕ್ತವಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿ:

ಇಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು $(a+b)^3 = a^3+b^3+3ab(a+b)$ ಅಥವಾ $(a-b)^3 = a^3-b^3-3ab(a-b)$ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆ	
(i)	$99^3=(100-1)^3=100^3-1^3-3*100*1(100-1)$ $=1000000-1-300*100+300=970,299$
(ii)	$102^3=(100+2)^3=100^3+2^3+3*100*2(100+2)$ $=1000000+8+600*100+1200=1,061,208$
(iii)	$998^3=(1000-2)^3=1000^3-2^3-3*1000*2(1000-2)$ $=100000000-8-6000*1000+12000=994,011,992$

A Project of www.eShale.org

4.5.8. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿ:

ಇಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು $a^3+b^3+3ab(a+b)=(a+b)^3$ ಅಥವಾ $a^3-b^3-3ab(a-b)=(a-b)^3$ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತವೆ	
(i)	$8a^3+b^3+12a^2b+6ab^2=(2a)^3+b^3+3*2a*b(2a+b)=(2a+b)^3$
(ii)	$8a^3-b^3-12a^2b+6ab^2=(2a)^3-b^3-3*2a*b(2a-b)=(2a-b)^3$
(iii)	$27-125a^3-135a+225a^2=(3)^3-(5a)^3-3*3*5a(3-5a)=(3-5a)^3$
(iv)	$64a^3-27b^3-144a^2b+108ab^2=(4a)^3-(3b)^3-3*4a*3b(4a-3b)=(2a-b)^3$
(v)	$27p^3-\frac{1}{216}-\frac{9}{2}p^2+\frac{1}{4}p=(3p)^3-(\frac{1}{6})^3-3*3p*\frac{1}{6}(3p-\frac{1}{6})=(3p-\frac{1}{6})^3$

4.5.9. ತಾಳೆ ನೋಡಿ:

(i)	$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$ RHS= $x(x^2-xy+y^2)+y(x^2-xy+y^2)=x^3-x^2y+xy^2+yx^2-xy^2+y^3=x^3+y^3=$LHS
(ii)	$x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$ RHS= $x(x^2+xy+y^2)-y(x^2+xy+y^2)=x^3+x^2y+xy^2-yx^2-xy^2-y^3=x^3-y^3=$LHS

4.5.10. ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿ:

(i)	$27a^3+125b^3=(3a)^3+(5b)^3$ ಇದು $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇದೆ ಮತ್ತು $x=3a$ & $y=5b$ $27y^3+125z^3=(3a+5b)(9a^2-15ab+25b^2)$
(ii)	$64m^3-343n^3=(4m)^3-(7n)^3$ ಇದು $x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇದೆ ಮತ್ತು $x=4m$ & $y=7n$ $64m^3-343n^3=(4m-7n)(16m^2+28mn+49n^2)$

A Project of www.eShale.org

4.5.11. ಅಪವರ್ತಿಸಿ : $27x^3+y^3+z^3-9xyz$

$27x^3+y^3+z^3-9xyz=(3x)^3+y^3+z^3-3*(3x)*y*z$

ಇದು $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇದೆ ಮತ್ತು $a=3x$ & $b=y$ & $c=z$

$\Rightarrow 27x^3+y^3+z^3-9xyz=(3x+y+z)(9x^2+y^2+z^2-3xy-yz-3xz)$

4.5.12. ತಾಳೆನೋಡಿ : $x^3+y^3+z^3=\frac{1}{2}(x+y+z)[(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2]$

$RHS=\frac{1}{2}(x+y+z)[(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2]=\frac{1}{2}(x+y+z)[(x^2-2xy+y^2)+(y^2-2yz+z^2)+(z^2-2zx+x^2)]$

$=\frac{1}{2}(x+y+z)*2(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)=(x+y+z)*(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)=x^3+y^3+z^3=LHS$

($\because$ ಇದು $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=a^3+b^3+c^3$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇದೆ)

4.5.13. $(x+y+z)=0$ ಆದರೆ $x^3+y^3+z^3=3xyz$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

$(x+y+z)=0 \Rightarrow x+y=-z$

$\therefore (x+y)^3=-z^3$

$\Rightarrow x^3+y^3+3xy(x+y)=-z^3$

$\Rightarrow x^3+y^3+3xy(-z)=-z^3$

$\therefore x^3+y^3+z^3=3xyz$

A Project of www.eShale.org

4.5.14. ನೇರವಾಗಿ ಘನಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸದೆ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಘಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 0 ಆಗಿದೆ. ಹೀಗಾಗಿ $(x+y+z)=0$ ಆದಾಗ $x^3+y^3+z^3=3xyz$ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ.	
(i)	$[(-12)^3+(7)^3+(5)^3]$; $-12+7+5=0 \Rightarrow [(-12)^3+(7)^3+(5)^3]=3*(-12)*7*5=-1260$
(ii)	$[(28)^3+(-15)^3+(-13)^3]$; $28-15-13=0 \Rightarrow [(28)^3+(-15)^3+(-13)^3]=3*(28)*(-15)*(-13)=16,380$

4.5.15. ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಆಯತಗಳ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಪದವನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವ ಮೂಲಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತೇವೆ.	
(i)	$25a^2-35a+12=25a^2-15a-20a+(-4)*(-3)$ ಗಮನಿಸಿ : $25*12=(-15)*(-20)$, $-35=-15-20$ & $12=(-4)*(-3)$ $=5a(5a-3)-4(5a-3)=(5a-3)(5a-4)$ $\Rightarrow$ ಉದ್ದ $(5a-3)$ ಆದರೆ, ಅಗಲ$(5a-4)$ ಅಥವಾ ಉದ್ದ $(5a-4)$ ಆದರೆ, ಅಗಲ$(5a-3)$.
(ii)	$35y^2+13y-12=35y^2+28y-15y+(-3)*(4)$ ಗಮನಿಸಿ : $35*-12=(-15)*(-20)$, $+13=+28-15$ & $-12=(-3)*(4)$ $=7y(5y+4)-3(5y+4)=(5y+4)(7y-3)$ $\Rightarrow$ ಉದ್ದ $(5y+4)$ ಆದರೆ, ಅಗಲ$(7y-3)$ ಅಥವಾ ಉದ್ದ $(7y-3)$ ಆದರೆ, ಅಗಲ$(5y+4)$

4.5.16. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಘನಫಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಆಯತ ಘನಗಳ ಆಯಾಮ (ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ)ಗಳಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i)	$3x^2-12x=3x(x-4) \Rightarrow$ ಆಯತ ಘನಗಳ ಬದಿಗಳು $3, x$ & $(x-4)$
(ii)	$12ky^2+8ky-20k=4k(3y^2+2y-5)=4k(3y^2+5y-3y-5)=4k[\,y(3y+5)-(3y+5)\,]=4k(3y+5)(y-1)$ $\Rightarrow$ ಆಯತ ಘನಗಳ ಬದಿಗಳು $4k, (3y+5)$ & $(y-1)$

A Project of www.eShale.org