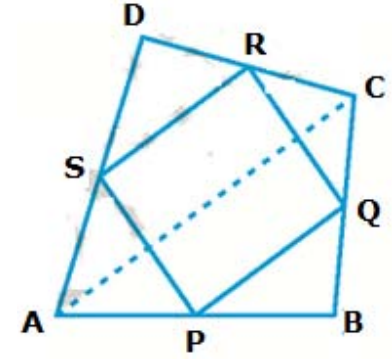


7.2.1 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P, Q, R ಮತ್ತು S ಆಗಿವೆ. AC ಕರ್ಣ ಆದರೆ ಆಗ ಸಾಧಿಸಿ:

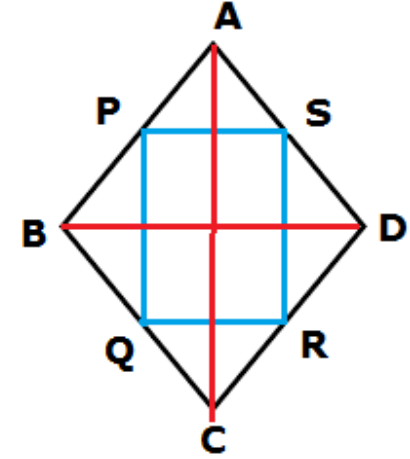
1.  $SR \parallel AC$  &  $SR = \frac{1}{2} AC$
2.  $PQ = SR$
3. PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$SR \parallel AC$ & $SR = \frac{1}{2} AC$	$\Delta DAC$ ಯಲ್ಲಿ DA ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು S ಮತ್ತು DC ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು R ಆಗಿದೆ. ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದೆ.
2	$PQ \parallel AC$ & $PQ = \frac{1}{2} AC$	$\Delta BAC$ ಯಲ್ಲಿ AB ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು P ಮತ್ತು BC ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು Q ಆಗಿದೆ. ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದೆ.
3	$PQ \parallel SR$ & $PQ = SR$	(1) ಮತ್ತು (2)ರಿಂದ
4	PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	(3)ರಿಂದ



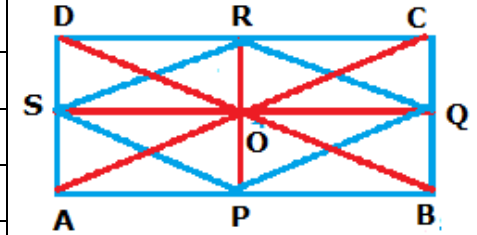
7.2.2 ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P, Q, R ಮತ್ತು S ಆಗಿವೆ. PQRS ಒಂದು ಆಯತ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1		$\Delta SRD$ ಮತ್ತು $\Delta PQB$ ಗಳಲ್ಲಿ
3	$DS = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} BC = BQ$ ; $DR = \frac{1}{2} DC = \frac{1}{2} AB = PB$ $\angle SDR = \angle PBO$	$AD=BC$ (ABCD ವಜ್ರಾಕೃತಿ) $AS=SD$ & $BP=AP$ (ದತ್ತ) ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
4	$\Delta SRD \cong \Delta PQB$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
5	$SR=PQ$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
6		$\Delta RCQ$ ಮತ್ತು $\Delta ASP$ ಗಳಲ್ಲಿ
7	$RC = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} AB = AP$ ; $CQ = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AD = AS$ $\angle SAP = \angle RCQ$	$AD=BC$ (ABCD ವಜ್ರಾಕೃತಿ) $AS=SD$ & $BP=AP$ (ದತ್ತ) ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
8	$\Delta RCQ \cong \Delta ASP$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
9	$RQ=SP$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
10	PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	PQRS ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡೂ ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.
11	$RQ \parallel BD$	$\Delta CBD$ ಯಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದೆ.
12	$RS \parallel AC$	$\Delta ADC$ ಯಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದೆ.
13	PQRS ಒಂದು ಆಯತ	ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. ಇದರ ಕರ್ಣಗಳು PQRS ನ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ(ಹಂತ (11,12)) ಹಾಗೂ PQRS ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ(ಹಂತ (10))



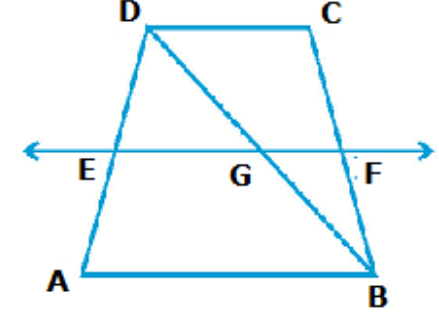
7.2.3 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಆಯತ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P, Q, R ಮತ್ತು S ಆಗಿವೆ. PQRS ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\triangle ABC$ & $\triangle ADC$ ಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯ. $PQ \parallel AC$ & $PQ = \frac{1}{2} AC$ ; $SR \parallel AC$ & $SR = \frac{1}{2} AC$	
2	$PQ \parallel SR$ & $PQ = SR$	(1)ರಿಂದ
3	(2)ರಿಂದ PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\therefore PS = QR$	
4	ABCD ಒಂದು ಆಯತ & S, AD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು. Q, BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು. (ದತ್ತ) $AD = BC \therefore AS = BQ$	
5	$\triangle APS$ ಮತ್ತು $\triangle BPQ$ ಗಳಲ್ಲಿ	
6	$AP = BP$	P, AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು. (ದತ್ತ)
7	$\angle SAP = \angle QBP = 90^\circ$	ABCD ಆಯತ(ದತ್ತ)
8	$AS = BQ$	(4)ರಿಂದ
9	$\triangle APS \cong \triangle BPQ$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
10	$PS = PQ$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
11	$PS = PQ = SR = QR$	(10), (3) ಮತ್ತು (2)ರಿಂದ
12	$\triangle ORQ$ ಮತ್ತು $\triangle OPQ$ ಗಳಲ್ಲಿ	
13	$OQ = OQ$	OQ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
14	$PQ = QR$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ(ಹಂತ (10)) $\triangle PRQ$ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ $\angle ORQ = \angle OPQ$	
15	$PQ = RQ$	(11)ರಿಂದ
16	$\triangle ORQ \cong \triangle OPQ$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ $\Rightarrow OR = OP$ & $\angle ROQ = \angle POQ = 90^\circ$ (ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳು)	
18	PQRS ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ	ಮೇಲಿನಂತೆ $\triangle ORS \cong \triangle ORQ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿದಾಗ $OS = OQ$ & $\angle SOR = \angle QOR = 90^\circ$ ಅಂದರೆ PQRS ನ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ



7.2.4 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ.  $AB \parallel DC$ , BD ಕರ್ಣ ಮತ್ತು AD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು E ಆಗಿದೆ. E ಮೂಲಕ AB ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದು BC ಯನ್ನು F ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. BC ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು F ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

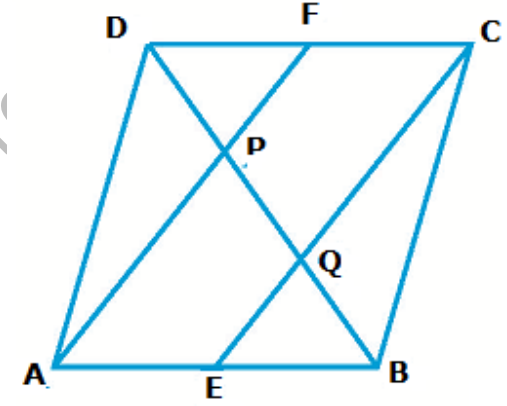
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	DB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು G	$\triangle ABD$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ AD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು E (ದತ್ತ). $EF \parallel EG \parallel AB$ (ರಚನೆ) $\triangle ABD$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮದಿಂದ
3	BC ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು F	$\triangle DCB$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ (1)ರಿಂದ & $DC \parallel AB \Rightarrow GF \parallel DC$ (ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ)



A Project of www.eShale.org

7.2.5 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ E ಮತ್ತು F ಆಗಿವೆ. AF ಮತ್ತು EC ರೇಖಾಖಂಡಗಳು BD ಕರ್ಣವನ್ನು ತ್ರಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

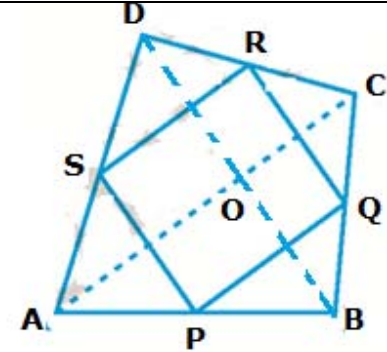
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AE \parallel CF$ & $AB=CD$	ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
3	$AE=CF$	$AE=EB$ ; $DF=FC$ (ದತ್ತ) ಮತ್ತು (1)ರಿಂದ
4	$\therefore AECF$ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ
5	$AF \parallel EC$ & $FP \parallel QC$	$\triangle QCD$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ (4)ರಿಂದ
6	$DP=PQ$	$\triangle QCD$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮದಂತೆ
7	$BQ=QP$	ಹಂತಗಳನ್ನು (5)ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ $\triangle APB$ ಗೆ ಅನ್ವಯಿಸಿ
8	$DP=PQ=BQ$	(6) ಮತ್ತು (7)ರಿಂದ



7.2.6 ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

**ರಚನೆ:** AC ಮತ್ತು BD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$PQ \parallel AC$ & $PQ = \frac{1}{2} AC$	$\triangle ABC$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $AP=PB$ & $BQ=CQ$ & ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯ
2	$SR \parallel AC$ & $SR = \frac{1}{2} AC$	$\triangle ADC$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $AS=SD$ & $DR=RC$ & ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯ
3	$PQ \parallel SR$ & $PQ=SR$	(1)ರಿಂದ
4	PQRS ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ
5	$OP=OR$ & $OS=OQ$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.



7.2.7 ABC ಯು  $\angle C$  ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ. ವಿಕರ್ಣ AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು M ಮೂಲಕ BC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಒಂದು ರೇಖೆಯು AC ಯನ್ನು D ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿದೆ: ಆಗ ಸಾಧಿಸಿ:

- 1) AC ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು D
- 2)  $MD \perp AC$
- 3)  $CM = MA = \frac{1}{2} AB$

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$MD \parallel BC$	(ದತ್ತ)
3	$\angle ADM = 90^\circ$	$\angle C$ ಲಂಬಕೋನ & (1)ರಿಂದ, $MD \perp AC$
4	$AD = DC$	AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು M(ದತ್ತ) & (1)ರಿಂದ & $\triangle ACB$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮದಂತೆ
5	$\triangle ADM$ ಮತ್ತು $\triangle CDM$ ಗಳಲ್ಲಿ	
6	$AD = DC$	(4)ರಿಂದ
7	$\angle ADM = \angle MDC = 90^\circ$	(3)ರಿಂದ
8	$DM = MD$	DM ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
9	$\triangle ADM \cong \triangle CDM$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
10	$AM = CM$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
11	$AM = CM = \frac{1}{2} AB$	(10)ರಿಂದ & $AM = \frac{1}{2} AB$ (ದತ್ತ)

