6.2 ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧಗಳು, ಸ್ವೀಕೃತ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳು ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆಗಳು :

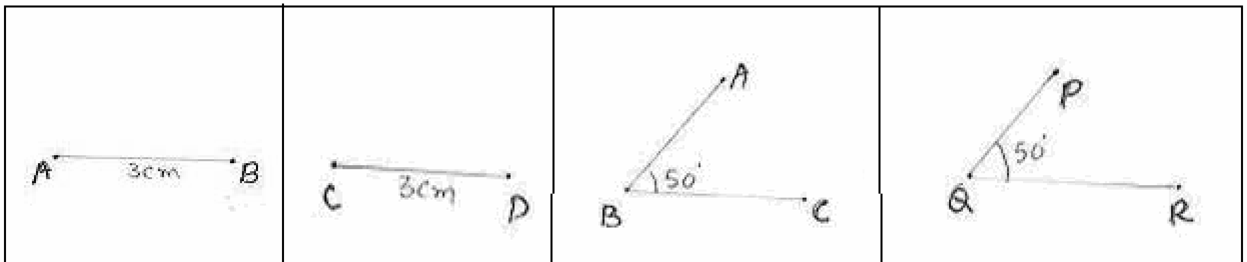
6.2.1 ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧಗಳು :

ರೇಖಾಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಯಾವುದೇ ಚರ್ಚೆ ಮತ್ತು ಸಾಧನೆಗಳಿಲ್ಲದೆ ಒಪ್ಪಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು 'ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧಗಳು' ಮತ್ತು 'ಸ್ವೀಕೃತ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳು' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ ಎಂದರೆ ಹೇಳಿಕೆ. ಈ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧಗಳು ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಇತರ ವಿಭಾಗಗಳಿಗಿಂತ ರೇಖಾಗಣಿತದಲ್ಲೇ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಇವೆಲ್ಲಾ ಸ್ವಯಂನಿರ್ಧರಿತ ಸತ್ಯಸಂಗತಿಗಳಾಗಿವೆ.

ಗಮನಿಸಿ:

1. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧಗಳು ಪರಸ್ಪರ ವಿರುದ್ಧ ಹೇಳಿಕೆಗಳಾಗಬಾರದು.
2. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿರಬೇಕು.(ಒಂದು ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧದ ಆಧಾರದಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ ಉದ್ಭವಿಸಿರಬಾರದು)
3. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧಗಳು ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿರಬೇಕು.

1. ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ a = b ಮತ್ತು b = c ಆದರೆ a = c ಆಗಿರುತ್ತದೆ.



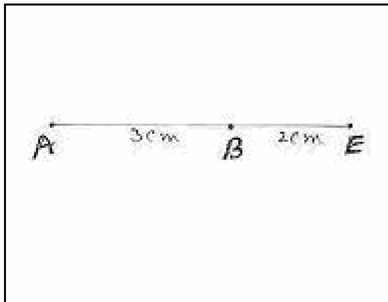
ಚಿತ್ರ 1	ಚಿತ್ರ 2	ಚಿತ್ರ 3	ಚಿತ್ರ 4

ಚಿತ್ರ 1 ರಲ್ಲಿ AB ಯ ಉದ್ದ: 3 ಸೆಂ.ಮಿ. ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿ CD ಯ ಉದ್ದ 3 ಸೆಂ.ಮಿ. ಆಗ ನಾವು AB=CD ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.	ಚಿತ್ರ 3 ರಲ್ಲಿ $\angle ABC = 50^0$ ಚಿತ್ರ 4 ರಲ್ಲಿ $\angle PQR = 50^0$. ಆಗ $\angle ABC = \angle PQR$.

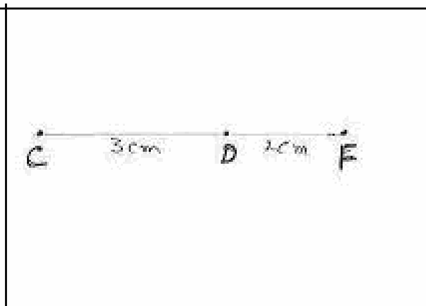
ರೇಖಾಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಈ ಗುಣವನ್ನು ಒಂದು ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧದಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು:

6.2.1 ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 1: ಒಂದೇ ಅಂಶಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವ ಅಂಶಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

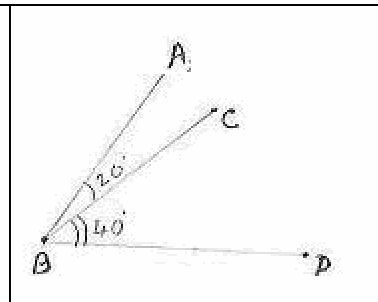
2. ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ a = b ಆದರೆ a+c = b+c ಆಗಿರುತ್ತದೆ.



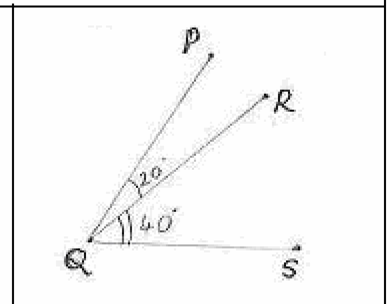
ಚಿತ್ರ 5



ಚಿತ್ರ 6



ಚಿತ್ರ 7



ಚಿತ್ರ 8

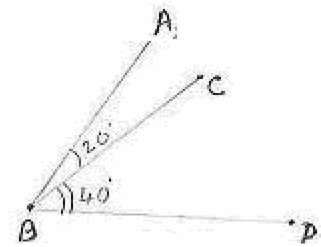
ಚಿತ್ರ 5 ರಲ್ಲಿ AB=3 ಸೆಂ.ಮಿ. BE=2 ಸೆಂ.ಮಿ.
ಚಿತ್ರ 6 ರಲ್ಲಿ CD=3 ಸೆಂ.ಮಿ. DF =2 ಸೆಂ.ಮಿ.
BE ಮತ್ತು DF ಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ AB ಮತ್ತು CD ಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದಾಗ, AE=AB+BE = 5 ಸೆಂ.ಮಿ.
CF=CD+DF = 5 ಸೆಂ.ಮಿ. ಆಗ, AE=CF.

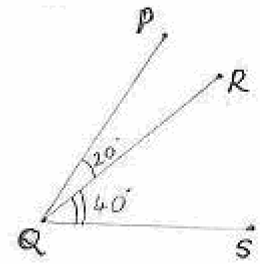
ಚಿತ್ರ 7 ರಲ್ಲಿ $\angle ABC = 20^0$, $\angle CBD = 40^0$.
ಚಿತ್ರ 8 ರಲ್ಲಿ $\angle PQR = 20^0$, $\angle RQS = 40^0$.
ಈಗ $\angle CBD$ ಮತ್ತು $\angle RQS$ ಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\angle ABC$ ಮತ್ತು $\angle PQR$ ಗಳಿಗೆ ಕೂಡಿದಾಗ,
$\angle ABD = 60^0$, $\angle PQS = 60^0$ ಆಗ, $\angle ABD = \angle PQS$.

ರೇಖಾಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಈ ಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಒಂದು ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧದಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ:

6.2.1 ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 2: ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾದ ಎರಡು ಅಂಶಗಳಿಗೆ, ಸಮವಾದ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ, ಮೊತ್ತಗಳು ಸಮವಾಗುತ್ತವೆ.

3. ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ a = b ಆದರೆ a-c = b-c ಆಗಿರುತ್ತದೆ.





ಚಿತ್ರ 9	ಚಿತ್ರ 10	ಚಿತ್ರ 11	ಚಿತ್ರ 12

ಚಿತ್ರ 9 ರಲ್ಲಿ AE=5 ಸೆಂ.ಮಿ.   BE=2 ಸೆಂ.ಮಿ.
ಚಿತ್ರ 10 ರಲ್ಲಿ CF=5 ಸೆಂ.ಮಿ.   DF =2 ಸೆಂ.ಮಿ.
ಈಗ BE ಮತ್ತು DF ಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ AE ಮತ್ತು CF ಗಳಿಂದ ಕಳೆದಾಗ, AB=AE-BE=3 ಸೆಂ.ಮಿ. ಮತ್ತು CD=CF-DF=3 ಸೆಂ.ಮಿ.

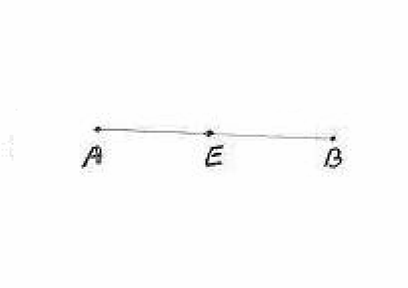
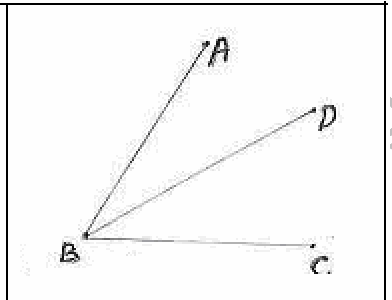
ಆಗ AB=CD ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಚಿತ್ರ 11 ರಲ್ಲಿ $\angle ABD = 60^0$, $\angle CBD = 40^0$.
ಚಿತ್ರ 12 ರಲ್ಲಿ $\angle PQS = 60^0$, $\angle RQS = 40^0$.
ಈಗ $\angle CBD$ ಮತ್ತು $\angle RQS$ ಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\angle ABD$ ಮತ್ತು $\angle PQS$ ಗಳಿಂದ ಕಳೆದಾಗ,
$\angle ABC = 20^0$, $\angle PQR = 20^0$
ಆಗ $\angle ABC = \angle PQR$.

ರೇಖಾಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಈ ಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಒಂದು ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧದಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

6.2.1 ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 3: ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾದ ಎರಡು ಅಂಶಗಳಿಂದ ಸಮವಾದ ಎರಡು ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕಳೆದಾಗ, ಉಳಿಯುವ ಅಂಶಗಳು ಸಮ.

4. ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ n > 1 ಆದಾಗ $a > \frac{a}{n}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

 	
ಚಿತ್ರ 13	ಚಿತ್ರ 14

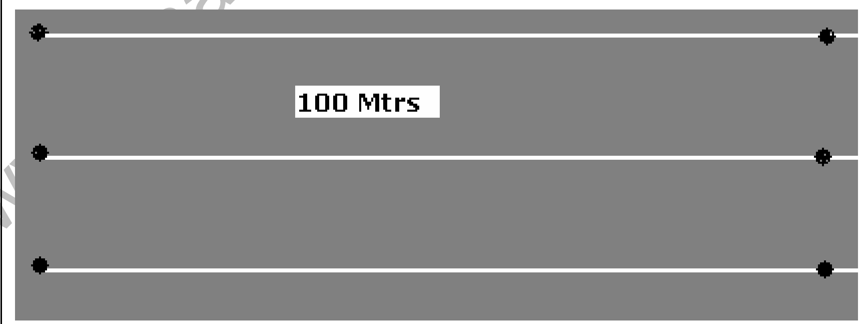
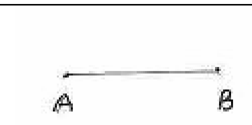
ಚಿತ್ರ 13 ರಲ್ಲಿ AB ಯನ್ನು AE ಮತ್ತು EB ಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ AB>AE , AB>BE.	ಚಿತ್ರ 14 ರಲ್ಲಿ ∠ABC ಯನ್ನು ∠ABD ಮತ್ತು ∠ DBC ಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ. ∠ABC >∠ABD , ∠ABC >∠DBC.

ರೇಖಾಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಈ ಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಒಂದು ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧದಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತೇವೆ.

6.2.1 ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 4: ಪೂರ್ಣವು ಅದರ ಭಾಗಕ್ಕಿಂತಲೂ ದೊಡ್ಡದು.

6.2.2 ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಗಳು (ಸ್ವೀಕೃತ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳು):

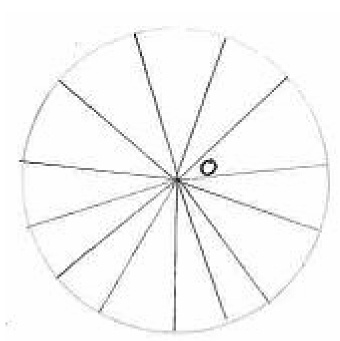
ವ್ಯಾಖ್ಯೆ: ಸಾಮಾನ್ಯ ಒಪ್ಪಂದದಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ರೇಖಾಗಣಿತದ **ಊಹಾ ಸತ್ಯಗಳನ್ನು** 'ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ' ಎನ್ನುವರು. ಇವುಗಳು ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧದಂತೆಯೇ ಆಗಿವೆ. ಆದರೆ ಇವುಗಳ ಸತ್ಯಾಸತ್ಯತೆಯನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ರಚನೆ ಮತ್ತು ಅಳತೆಗಳಿಂದ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು.

<table>
<tr><td>100 ಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಓಟದ ಹಾದಿಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಗುರುತಿಸುತ್ತೀರೆಂದು ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ? ಕೆಲಸಗಾರರು 100 ಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಆ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸುಣ್ಣದ ಪುಡಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನೆಳೆದು ಜೋಡಿಸುತ್ತಾರೆ. ಇಲ್ಲಿ ರೇಖಾಗಣಿತದ ಯಾವ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ?</td><td>
</td></tr>
<tr><td>ಪಕ್ಕದ ಸರಳ ರೇಖಾ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ A, B ಗಳು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಾಗಿದ್ದು. AB ಯು ಈ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಸರಳರೇಖೆಯಾಗಿದೆ.</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">ಮೇಲಿನ ಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಒಂದು ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯಿಂದ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು.

6.2.2 ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ1: ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯಬಹುದು.
ಈ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದೆಯೂ ಕೆಲಸಗಾರರು ಹೇಗೆ ಗೆರೆ ಎಳೆಯುತ್ತಾರೆ ನೋಡಿ!</td></tr>
</table>

ನೀವು ಸೈಕಲಿನ ಚಕ್ರದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಕಡ್ಡಿಗಳು ಜೋಡಿಸಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ?

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ಚಕ್ರದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು.
ಹಲವು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ.



ಮೇಲಿನ ಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಒಂದು ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯಿಂದ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು.

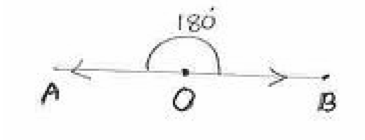
6.2.2 ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 2: ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಅನೇಕ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ PQ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯಾಗಿದ್ದು ಅದನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಿಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಮೇಲಿನ ಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಒಂದು ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯಿಂದ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು.

6.2.2 ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 3: ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೂರಕ್ಕೆ ಬೇಕಾದರೂ ವೃದ್ಧಿಸಬಹುದು.

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ಬಿಂದುವಿನಿಂದ OA ಮತ್ತು OB ರೇಖಾಕಿರಣಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಆದ ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ $\angle AOB = 180^0$

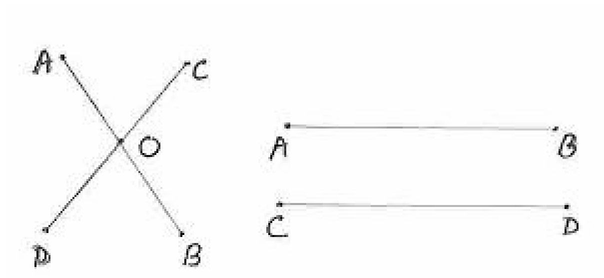


ಮೇಲಿನ ಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಒಂದು ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯಿಂದ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು.

6.2.2 ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 4: ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಕಿರಣಗಳ ಆರಂಭದ(ಸಾಮಾನ್ಯ) ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಡುವ ಕೋನವು 180^0 ಇರುತ್ತದೆ.

ನೀವು ಕುರ್ಚಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಕುಳಿತುಕೊಳ್ಳುವಿರಿ? ಕಾಲುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಹಾಕಿ ಅಥವಾ ಕಾಲುಗಳನ್ನು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಸಮಾಂತರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ...

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ರೇಖೆಗಳು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ ಅಥವಾ ಅವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ.

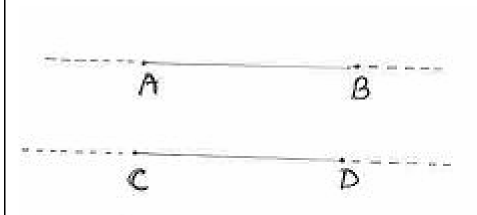


ಮೇಲಿನ ಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಒಂದು ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯಿಂದ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು.

6.2.2 ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 5: ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದೇ ಒಂದು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ರೈಲ್ವೇ ಹಳಿಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಧಿಸಿದರೇನಾಗುತ್ತದೆ?

ರೈಲ್ವೇ ಪ್ರಯಾಣ ಅಸಾಧ್ಯ...
ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, ಅವುಗಳನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ದೂರಕ್ಕೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದರೂ ಸಂಧಿಸುವುದಿಲ್ಲ. (ರೈಲ್ವೇ ಹಳಿಯಂತೆ)



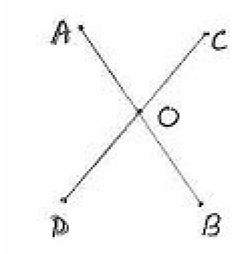
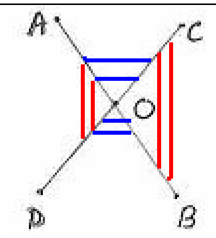
ಮೇಲಿನ ಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಒಂದು ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯಿಂದ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು.

6.2.2 ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 6: ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಅನಂತ ದೂರದವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದರೂ ಅವು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಧಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

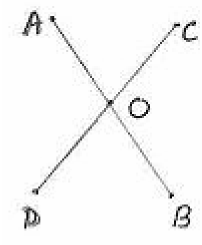
ತೀರ್ಮಾನ: ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 5 ಮತ್ತು 6 ರಿಂದ, ನಾವೇನು ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಬರಬಹುದು? ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರದಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳು ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

6.2.3 ಹೇಳಿಕೆಗಳು:

ರೇಖಾಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಸತ್ಯ ಸಂಗತಿಗಳು ಹೇಳಿಕೆಯ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಈ ಹೇಳಿಕೆಗಳ ಸತ್ಯಾಂಶವನ್ನು ರಚನೆ ಮತ್ತು ಅಳತೆಗಳಿಂದ ತಿಳಿಯಬಹುದು.

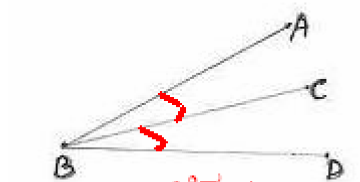
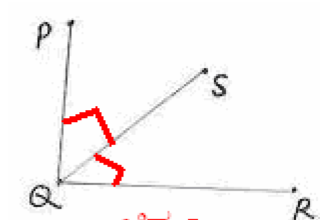
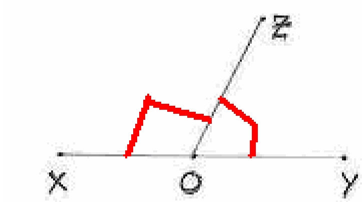
ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle AOC + \angle COB = 180^0$	
ಮೇಲಿನ ಸತ್ಯಾಂಶವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು. **6.2.3 ಹೇಳಿಕೆ1:** ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ರೇಖಾಕಿರಣ ನಿಂತಾಗ ಆ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಇರುತ್ತದೆ. ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು ಕೆಲವು ಬಾರಿ 'ಸರಳಯುಗ್ಮ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ' ಎನ್ನುವರು.	
ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಸರಳ ರೇಖೆಗಳು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಆಗ, $\angle AOC = \angle DOB$ ಮತ್ತು $\angle AOD = \angle COB$	
ಮೇಲಿನ ಸತ್ಯಾಂಶವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು. **6.2.3 ಹೇಳಿಕೆ 2:** ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ. ಇದಕ್ಕೆ ಉದಾಹರಣೆ ಕತ್ತರಿ.	

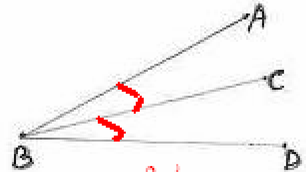
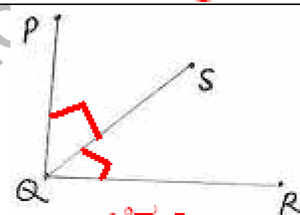
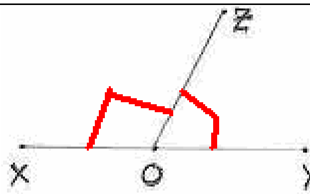
ಮೇಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು(ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ) ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸಾಧಿಸಬಹುದು:

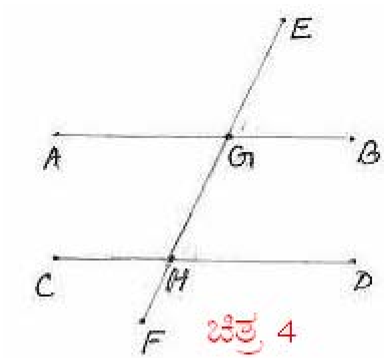
ಸಂ.	**ನಿರೂಪಣೆ**	**ಕಾರಣಗಳು**	
1	$\angle AOC + \angle COB = 180^0$	ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 1: AB ಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ OC ಯು AB ಮೇಲೆ ನಿಂತಿದೆ.	
2	$\angle DOA + \angle AOC = 180^0$	ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 1: DC ಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ OA ಯು DC ಮೇಲೆ ನಿಂತಿದೆ.	
3	$\angle AOC + \angle COB = \angle DOA + \angle AOC$	ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 1	
4	$\angle COB = \angle DOA$	ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ 3($\angle$AOC ಯನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಂದ ಕಳೆದಿದೆ)	

ಇದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ, $\angle AOC = \angle DOB$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಬಹುದು.

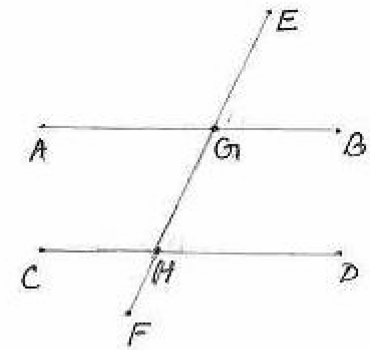
ವ್ಯಾಖ್ಯೆಗಳು:

1.ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ಮತ್ತು ಒಂದು ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅಂತಹ ಕೋನಗಳನ್ನು ‘ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು’ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರ 1 ರಲ್ಲಿ $\angle ABC$ ಮತ್ತು $\angle CBD$ ಗಳು ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು ಇಲ್ಲಿ B ಯು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು. BC ಯು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು.	 ಚಿತ್ರ 1
2. ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 90^0 ಇದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ‘ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು’ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರ 2 ರಲ್ಲಿ $\angle PQS + \angle SQR = \angle PQR$ ಮತ್ತು $\angle PQR = 90^0$ ಆದ್ದರಿಂದ $\angle PQS$ ಮತ್ತು $\angle SQR$ ಗಳು ಪೂರಕಕೋನಗಳು	 ಚಿತ್ರ 2
3. ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಇದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ‘ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು’(ಅಥವಾ ಸಂಪೂರಕ ಕೋನಗಳು) ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರ 3 ರಲ್ಲಿ $\angle XOZ$ ಮತ್ತು $\angle ZOY$ ಗಳು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು. ಏಕೆಂದರೆ $\angle XOZ + \angle XOY = 180^0$	 ಚಿತ್ರ 3

ಸಂ	ಕೋನಗಳ ವಿಂಗಡಣೆ	ಉದಾಹರಣೆ	ಚಿತ್ರ
1	ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು	$\angle ABC$ ಮತ್ತು $\angle CBD$	 ಚಿತ್ರ 1
2	ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು	$\angle PQS$ ಮತ್ತು $\angle SQR$ $\angle PQS + \angle SQR = 90^0$	 ಚಿತ್ರ 2
3	ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು	$\angle XOZ$ ಮತ್ತು $\angle ZOY$ $\angle XOZ + \angle ZOY = 180^0$	 ಚಿತ್ರ 3

4	ಒಂದೇ ಸಮತಲದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು **‘ಛೇದಕ ರೇಖೆ’** ಎನ್ನುವರು. ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರ 4 ರಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತಲದಲ್ಲಿನ ಎರಡು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳು. EF ರೇಖೆಯು AB ಯನ್ನು G ಯಲ್ಲಿಯೂ CD ಯನ್ನು H ಯಲ್ಲಿಯೂ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ EF ಒಂದು ಛೇದಕರೇಖೆ.	 ಚಿತ್ರ 4

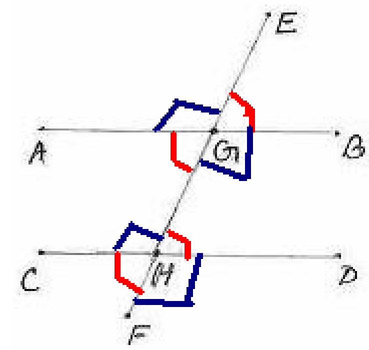
ಎರಡು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕ ರೇಖೆಯು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ವಿವಿಧ ಕೋನಗಳು:

ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು (8 ಜೊತೆ)	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು (4 ಜೊತೆ)	ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು (2 ಜೊತೆ)	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು (4 ಜೊತೆ)	ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು (2 ಜೊತೆ)	
∠AGE ,∠EGB	∠AGE, ∠HGB	∠AGH , ∠GHD	∠EGB , ∠GHD	∠AGH , ∠GHC	
∠CHF& ∠FHD	∠CHF, ∠GHD	∠BGH , ∠CHG	∠AGE , ∠CHG	∠BGH , ∠GHD	
. . .	∠AGH ,∠EGB		∠AGH , ∠CHF		
. . .	∠CHG ,∠FHD		∠BGH , ∠DHF		

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳು.
EF ಛೇದಕ ರೇಖೆ. ಆಗ,

$\angle EGB = \angle GHD$
$\angle AGH = \angle CHF$
$\angle AGE = \angle CHG$ ಮತ್ತು

$\angle BGH = \angle DHF$.



ಮೇಲಿನ ಸತ್ಯಾಂಶವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

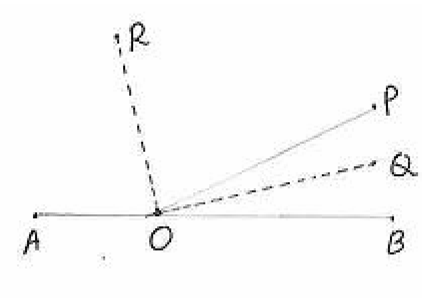
6.2.3 ಹೇಳಿಕೆ 3: ಒಂದು ಛೇದಕ ರೇಖೆಯು ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಅನುರೂಪಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

6.2.3 ಹೇಳಿಕೆ 4: ಒಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಛೇದಕ ರೇಖೆಯು ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ, ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
(ಇದು ಹೇಳಿಕೆ 6.2.3.3 ರ ವಿಲೋಮ)

6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1 : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ಎಂಬುದು AB ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು. OP ರೇಖಾಕಿರಣವು ABಯ ಮೇಲೆ Oಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ನಿಂತಿದೆ. OQ ರೇಖೆಯು $\angle POB$ ಯನ್ನು, OR ರೇಖೆಯು $\angle AOP$ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. ಆಗ $\angle ROQ = 90^0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

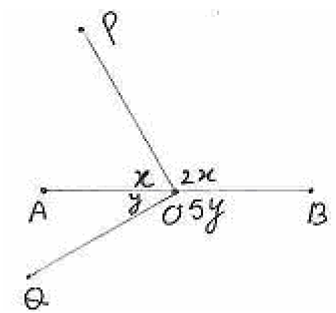
ಸಾಧನೆ:

ಸಂ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle POQ = \angle QOB$	OQ ವು $\angle POB$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆ.
2	$\angle POB = 2 * \angle POQ$	ಹಂತ 1ರಿಂದ
3	$\angle AOP = 2 * \angle ROP$	OR ವು $\angle AOP$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆ.
4	$\angle AOP + \angle POB = 180^0$	ಹೇಳಿಕೆ 1: AB ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಕಿರಣ OP ನಿಂತಿದೆ.
5	$2 * \angle ROP + 2 * \angle POQ = 180^0$	ಹಂತ 4,2,3 ರಿಂದ
6	$2(\angle ROP + \angle POQ) = 180^0$	ಸುಲಭೀಕರಿಸಿ
7	$\angle ROP + \angle POQ = 90^0$	
8	$\angle ROQ = 90^0$	$\angle ROP + \angle POQ = \angle ROQ$



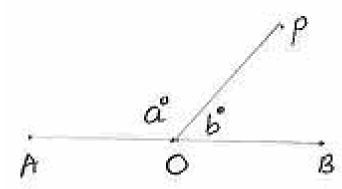
6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ಎಂಬುದು AB ಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು. OP ಮತ್ತು OQ ಕಿರಣಗಳು AB ಯ ಮೇಲೆ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ನಿಂತಿವೆ. ಅಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು $\angle QOP$ ಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ:

ಸಂ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	$AOP+POB=180^0$	ಹೇಳಿಕೆ1: AB ಯ ಮೇಲೆ OP ನಿಂತಿದೆ.	
2	$x+2x = 180^0 \therefore 3x = 180^0$ $\therefore x = 60^0$		
3	$AOQ+QOB=180^0$	ಹೇಳಿಕೆ 1: AB ಯ ಮೇಲೆ OQ ನಿಂತಿದೆ.	
4	$y+5y = 180^0 \therefore 6y = 180^0$ $\therefore y = 30^0$		
5	$\angle AOP = x = 60^0$ $\angle POB = 2x = 120^0$		
6	$\angle AOQ = y = 30^0$, $\angle QOB = 5y = 150^0$		
7	$\angle QOP = \angle QOA + \angle AOP$ $= y+x = 30^0 + 60^0 = 90^0$		

6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 3: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದು 'O'. $a-b=80^0$ ಆದರೆ a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿ.

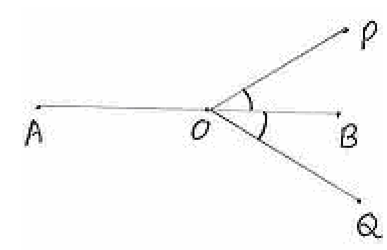
ಸಾಧನೆ:

ಸಂ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	$\angle AOP+\angle POB=180^0$	ಹೇಳಿಕೆ 1: AB ಯ ಮೇಲೆ OP ನಿಂತಿದೆ.	
2	$\therefore a+b= 180^0$	ಆದೇಶಿಸಿದೆ.	
3	$\therefore b = 180^0-a$		
4	$a-b = 80^0$	ದತ್ತ	
5	$a-b= a - (180^0 -a)$ $= 2a -180^0$		
6	$\therefore 2a -180^0=80^0$	a-b =80 ದತ್ತ	
7	$2a =80^0+180^0= 260^0$: $\therefore 2a =260^0$		
8	$\therefore$ $a= 130^0:b =50^0$		

6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 4: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ OB ಯು $\angle POQ$ ವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ. OA ಮತ್ತು OB ಗಳು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿರುವ ಕಿರಣಗಳು. $\angle AOP = \angle AOQ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ:

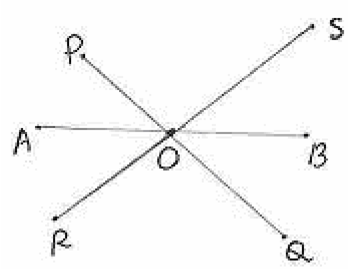
ಸಂ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle AOP+\angle POB=180^0$	ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳು
2	$\angle AOP = 180^0-\angle POB$	
3	$\angle POB = \angle BOQ$	OB ಯು $\angle POQ$ ವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.
4	$\angle AOP = 180^0-\angle BOQ$	3 ನ್ನ 2 ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದೆ.
5	$\angle AOQ+\angle QOB=180^0$	ಹೇಳಿಕೆ 1: ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳು
6	$\angle AOQ = 180^0-\angle BOQ$	
7	$\angle AOP = 180^0-\angle BOQ=\angle AOQ$	4 ಮತ್ತು 6 ರಿಂದ



6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 5: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ PQ ಮತ್ತು RS ರೇಖೆಗಳು O ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ. OA ಯು $\angle POR$ನ್ನ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ. OB ಯು $\angle SOQ$ ನ್ನ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ. AOB ಸರಳ ರೇಖೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ:

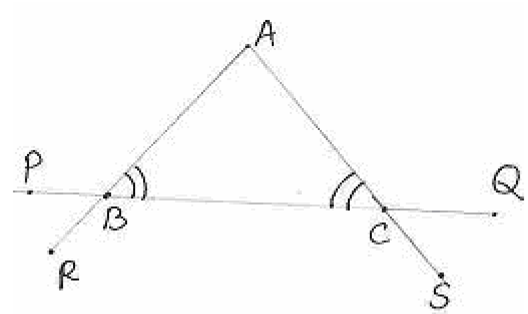
ಸಂ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	$\angle POR = 2\angle AOP$	OA ಯು $\angle POR$ ನ್ನ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.	
2	$\angle SOQ = 2\angle BOQ$	OB ಯು $\angle SOQ$ ನ್ನ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.	
3	$\angle POR = \angle SOQ$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ.	
4	$2\angle AOP = 2\angle BOQ$ $\therefore \angle AOP = \angle BOQ$		
5	$\angle AOB = \angle AOP + \angle POS + \angle SOB$		
6	$= \angle BOQ + \angle POS + \angle SOB$	$\angle AOP$ ಗೆ $\angle BOQ$ ವನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದೆ.	
7	$= \angle POS + \angle SOB + \angle BOQ$		
8	$= 180^0$	PQ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ. OS ಎಂಬುದು ಅದರ ಮೇಲಿನ ಕಿರಣ. $\therefore \angle SOQ = \angle SOB + \angle BOQ$. $\therefore$ AB ಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ.	



6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 6: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle ABC = \angle ACB$ ಆದರೆ, $\angle ACQ = \angle ABP$ ಮತ್ತು $\angle CBR = \angle BCS$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

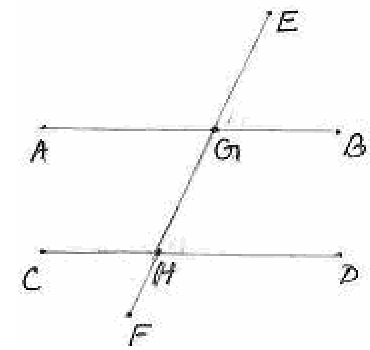
ಸಾಧನೆ:

ಸಂ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle ACB + \angle ACQ = 180^0$	BCQ ಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ.
2	$\angle ACB = 180^0 - \angle ACQ$	
3	$\angle PBA + \angle ABC = 180^0$	PBC ಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ.
4	$\angle PBA = 180^0 - \angle ABC$ $= 180^0 - \angle ACB$	
5	$= 180^0 - (180^0 - \angle ACQ)$ $= \angle ACQ$	2 ರಲ್ಲಿ $\angle ACB = 180^0 - \angle ACQ$
6	$\angle PBR = \angle ABC$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
7	$\angle QCS = \angle ACB$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
8	$\angle PBR = \angle QCS$	6,7 ರಿಂದ, ದತ್ತ $\angle ABC = \angle ACB$
9	$\angle CBR = 180^0 - \angle PBR$	$\angle CBR + \angle PBR = 180^0$
10	$= 180^0 - \angle QCS$	8 ರಿಂದ
11	$= 180^0 - (180^0 - \angle BCS)$ $= \angle BCS$	$\angle QCS + \angle BCS = 180^0$



6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 7: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle AGE = 120^0$. $\angle CHF = 60^0$. AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ:

ಸಂ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	$\angle CHF = \angle GHD = 60^0$	$\angle CHF$ ಮತ್ತು $\angle GHD$ ಗಳು ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು $\angle CHF = 60^0$(ದತ್ತ)	
2	$\angle EGB = 60^0$.	$\angle AGE = 120^0$, $\angle AGE + \angle EGB = 180^0$ ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು.	
3	$\angle EGB = \angle GHD$	1 ಮತ್ತು 2 ರಿಂದ.	

$\angle EGB$ ಮತ್ತು $\angle GHD$ ಗಳು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು. ಹೇಳಿಕೆ 4 ರಂತೆ, ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದ್ದರಿಂದ, AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಸಮಾಂತರ.

6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 8: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB||CD, EF ಛೇದಕವು ಅವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ G ಮತ್ತು H ಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದೆ. ∠AGE ಮತ್ತು ∠EGB ಗಳು 3:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ:

ABಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ∠AGE + ∠EGB $=180^0$.

ಈ ಕೋನಗಳ ಅನುಪಾತ 3:2. ಆದ್ದರಿಂದ 180^0 ಯನ್ನ ಈ ಅನುಪಾತಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಬೇಕು.

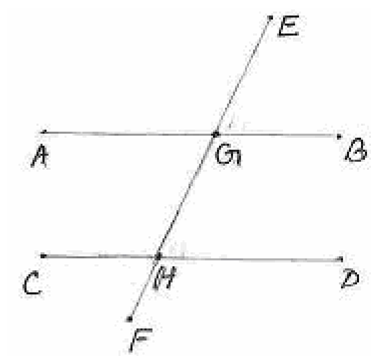
ಅನುಪಾತದ ಪರಿಮಾಣಗಳ ಮೊತ್ತ = 3+2 =5

5 ಪರಿಮಾಣದ ಬೆಲೆ = 180^0

$\therefore$ 1 ಪರಿಮಾಣದ ಬೆಲೆ = $\frac{180}{5}$ = 36^0

$\therefore$ ∠AGE = 3 ಪರಿಮಾಣ = $3*36^0$ = 108^0

$\therefore$ ∠EGB = 2 ಪರಿಮಾಣ = $2*36^0$ = 72^0



ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
∠AGE =∠ HGB $=108^0$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
∠EGB = ∠AGH = 72^0	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
∠EGB = ∠GHD = 72^0	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು
∠AGE = ∠CHG $=108^0$	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು
∠DHF = ∠CHG $=108^0$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
∠CHF = ∠GHD = 72^0	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು

6.2 ಸಮಸ್ಯೆ 9: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ PQ||RS. ಆದರೆ ∠QPO + ∠ORS = ∠POR ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ರಚನೆ: PQ ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ O ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ TU ಸರಳರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

SR ನ್ನ Y ವರೆಗೆ, QP ಯನ್ನು X ವರೆಗೆ, RO ವನ್ನು V ವರೆಗೆ, OP ಯನ್ನು Z ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ:

ಸಂ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	∠TOP= ∠XPZ	(XQ||TU) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು
2	∠XPZ=∠QPO	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
3	∠QPO= ∠TOP	1 ಮತ್ತು 2ರಿಂದ.
4	∠ROT = ∠VOU	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
5	∠VOU =∠ORS	(TU||SY) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು
6	∠ROT = ∠ORS	4 ಮತ್ತು 5 ರಿಂದ.
11	∠POR = ∠POT +∠TOR = ∠QPO+∠ORS	3 ಮತ್ತು 10ರಿಂದ.