ಅಭ್ಯಾಸ 12.1

12.1.1. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಉತ್ತರಗಳಿಂದ ತುಂಬಿರಿ.

(i) ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವು ವೃತ್ತದ ಒಳ ಭಾಗದಲ್ಲಿದೆ (ಹೊರ/ಒಳ).

(ii) ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಬಿಂದು ವೃತ್ತದ ಹೊರ ಭಾಗದಲ್ಲಿದೆ (ಹೊರ/ಒಳ).

(iii) ವೃತ್ತದ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಜ್ಯಾವು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ ಆಗಿದೆ.

(iv) ಒಂದು ಕಂಸದ ತುದಿಗಳು ವ್ಯಾಸದ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ ಆ ಕಂಸವು ಅರ್ಧವೃತ್ತ

(v) ವೃತ್ತಖಂಡವು ವೃತ್ತದ ಕಂಸ ಮತ್ತು ಜ್ಯಾ ಗಳ ನಡುವಿನ ಪ್ರದೇಶ.

(vi) ವೃತ್ತವು ಅದು ಇರುವ ಸಮತಲವನ್ನು ಮೂರು(ಹೊರಭಾಗ,ವೃತ್ತ,ಒಳಭಾಗ) ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸುತ್ತದೆ.

12.1.2. ಸರಿಯೋ ತಪ್ಪೋ ಕಾರಣ ಸಹಿತ ತಿಳಿಸಿ.

ಸಂ	ಪ್ರಶ್ನೆ	ಸರಿ/ತಪ್ಪು	ಕಾರಣ
(i)	ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವನ್ನು ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ.	ಸರಿ	ತ್ರಿಜ್ಯದ ವ್ಯಾಖ್ಯೆ
(ii)	ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಮನಾದ ಜ್ಯಾಗಳಿವೆ.	ತಪ್ಪು	ವೃತ್ತದಮೇಲೆ ಅಪರಿಮಿತ ಬಿಂದುಗಳಿರುವುದರಿಂದ ಅಸಂಖ್ಯಾತ ಸಮನಾದ ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು
(iii)	ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಸಮವಾದ 3 ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿ ಭಾಗವು ಅಧಿಕ ಕಂಸವಾಗಿರುತ್ತದೆ.	ತಪ್ಪು	ಮೂರೂ ಭಾಗಗಳು ಲಘುಕಂಸಗಳಾಗುತ್ತವೆ.
(iv)	ತ್ರಿಜ್ಯದ ಎರಡರಷ್ಟು ಉದ್ದವಿರುವ ಜ್ಯಾವೇ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುತ್ತವೆ.	ಸರಿ	ವ್ಯಾಸದ ವ್ಯಾಖ್ಯೆ
(v)	ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡವು ಜ್ಯಾ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾಗಿರುವ ಕಂಸಗಳ ನಡುವಿನ ಪ್ರದೇಶವಾಗಿರುತ್ತದೆ.	ತಪ್ಪು	ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡವು ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಕಂಸಗಳಿಂದ ಆವೃತ್ತ ಭಾಗ
(vi)	ವೃತ್ತವು ಸಮತಲಾಕೃತಿ ಆಗಿದೆ.	ಸರಿ	ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿದೆ

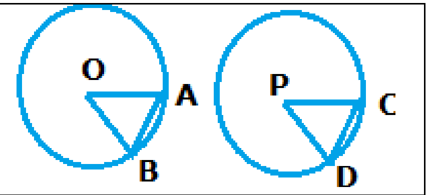
ಅಭ್ಯಾಸ 12.2

12.2.1. ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಸಮನಾದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಎಂಬುವುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಸರ್ವಸಮ ವೃತ್ತಗಳ ಸಮಜ್ಯಾಗಳು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮನಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಜ್ಯಾಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ಹೇಳಿದೆ.

ಅಂದರೆ AB=CD, OA=PC(ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಸಮ) & OB=PD(ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಸಮ).

ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮದಂತೆ $\Delta OAB \cong \Delta PCD \Rightarrow \angle AOB = \angle CPD$



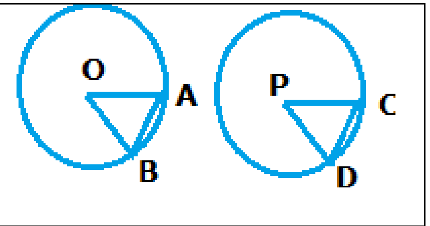
12.2.2. ಸರ್ವಸಮ ವೃತ್ತಗಳ ಜ್ಯಾಗಳು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮನಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದರೆ ಆ ಜ್ಯಾಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಮತ್ತು $\angle AOB = \angle CPD$ ಎಂದು ಹೇಳಿದೆ.

$\Rightarrow$ OA=PC(ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಸಮ) & OB=PD(ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಸಮ) & $\angle AOB = \angle CPD$

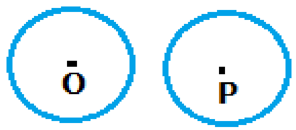
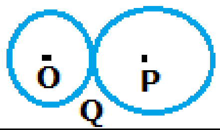
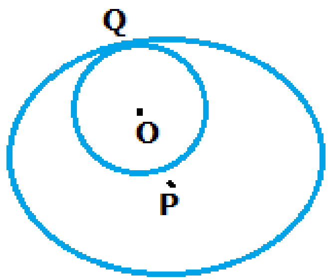
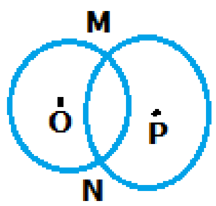
ಅಂದರೆ AB=CD, OA=PC & OB=PD.

ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮದಂತೆ $\Delta OAB \cong \Delta PCD \Rightarrow AB = CD$



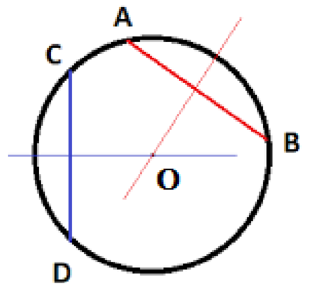
ಅಭ್ಯಾಸ 12.3

12.3.1. ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವೃತ್ತಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ಜೊತೆ ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿವೆ? ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆಯೆಷ್ಟು?

ಸಂ	ವೃತ್ತಗಳ ವಿಧ	ಚಿತ್ರ	ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುಗಳು
(i)	ಸ್ಪರ್ಶಿಸದ ವೃತ್ತಗಳು		ಯಾವುದೂ ಇಲ್ಲ
(ii)	ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ವೃತ್ತಗಳು		ಒಂದು. ಬಿಂದು Q
(iii)	ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ವೃತ್ತಗಳು		ಒಂದು. ಬಿಂದು Q
(iv)	ಕಡಿಯುವ ವೃತ್ತಗಳು		ಎರಡು. ಬಿಂದು M &N

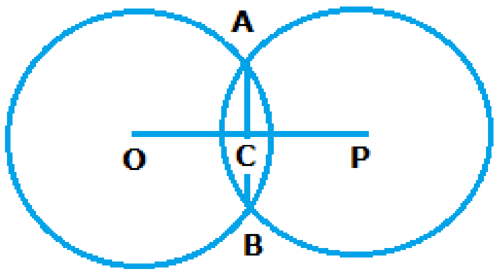
12.3.2. ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ನಿಮಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅದರ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಒಂದು ರಚನೆಯನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

ದತ್ತವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB & CD. ಈ ಎರಡೂ ಜ್ಯಾಗಳಿಗೆ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
ಅವುಗಳು ಕಡಿಯುವ ಬಿಂದುವೇ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ O



12.3.3. ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ ಅವುಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳು ಆ ವೃತ್ತಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಯಾದ ಲಂಬಾರ್ಧಕದ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ AB ಯು ಅದರ ಜ್ಯಾ. ಅದಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಾರ್ಧಕ CO ವು O ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ.
ಅಂದರೆ $\angle OCB = \angle OCA = 90^{O}$ ಮತ್ತು CA=CB
P ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ AB ಯು ಅದರ ಜ್ಯಾ. ಅದಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಾರ್ಧಕ CP ಯು P ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ.
ಅಂದರೆ $\angle ACP = \angle BCP = 90^{O}$ ಮತ್ತು CA=CB
OC+CP=OP
ಈ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಯಾ AB ಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕ OP ಮೇಲೆ ಇದೆ.



ಅಭ್ಯಾಸ 12.4

12.4.1. 5cm ಮತ್ತು 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿರುವ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 4cm ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

OM=5cm, PM=3cm, OP=4cm MN =**??**

OL=x ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ PL =4-x

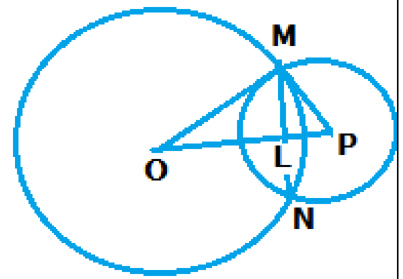
ΔOML ನಲ್ಲಿ $OM^2=OL^2+LM^2 \Rightarrow 25=x^2+LM^2 \Rightarrow LM^2=25-x^2$ ----------(1)

ΔPML ನಲ್ಲಿ $PM^2=LM^2+PL^2 \Rightarrow 9=LM^2+LP^2$

$\Rightarrow LM^2=9-LP^2=9-(4-x)^2=9-(16+x^2-8x)= -x^2+8x-7$ ----(2)

(1)=(2) $\Rightarrow 25-x^2=-x^2+8x-7 \Rightarrow 32=8x \quad \therefore x=4$

(1) ರಿಂದ $LM^2=25-x^2=25-16=9 \Rightarrow LM=3 \quad \therefore MN=LM+LN=6cm$ ($\because$ MN OP ಯ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕ)



12.4.2. 2 ವೃತ್ತವೊಂದರ ಸಮವಾದ ಜ್ಯಾಗಳು ಪರಸ್ಪರ ವೃತ್ತದಲ್ಲೇ ಛೇದಿಸಿದರೆ ಒಂದು ಜ್ಯಾದ ಭಾಗಗಳು ಅದಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಮತ್ತೊಂದು ಜ್ಯಾದ ಭಾಗಗಳಿಗೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

AB=CD ಎಂದು ನೀಡಿದೆ. $OM \perp AB$ & $ON \perp CD$ ಎಳೆದಿದೆ. $\therefore$ AM=MB & CN=ND ಮತ್ತು AM=DN,MB=CN

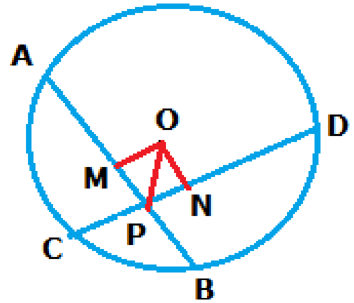
OP ಸೇರಿಸಿದೆ

ΔOMP & ΔONP ಗಳಲ್ಲಿ OM=ON(ಸಮನಾದ ಜ್ಯಾಗಳು ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ),

$\angle OMP=\angle ONP=90^O$ ಮತ್ತು OP ಸಾಮಾನ್ಯಬಾಹು,

ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮದಂತೆ $\Delta OMP \cong \Delta ONP \Rightarrow MP=NP \quad \therefore AM+MP=AM+NP=DN+NP$

$\Rightarrow$ (i) AP=DP , (ii) PB=BM-MP=NC-NP=CP



12.4.3. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸಮಜ್ಯಾಗಳು ಪರಸ್ಪರ ವೃತ್ತದೊಳಗೆ ಛೇದಿಸಿದರೆ. ಛೇದಕ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಜ್ಯಾಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಮನಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

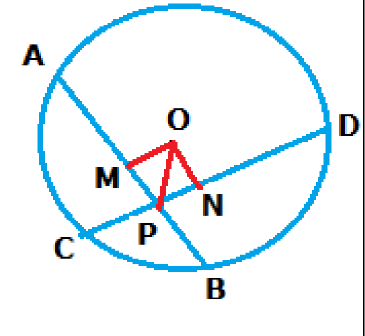
AB=CD ಎಂದು ನೀಡಿದೆ. $OM \perp AB$ & $ON \perp CD$ ಎಳೆದಿದೆ. $\therefore$ AM=MB & CN=ND ಮತ್ತು AM=DN,MB=CN

OP ಸೇರಿಸಿದೆ

ΔOMP & ΔONP ಗಳಲ್ಲಿ OM=ON(ಸಮನಾದ ಜ್ಯಾಗಳು ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ),

$\angle OMP=\angle ONP=90^{O}$ ಮತ್ತು OP ಸಾಮಾನ್ಯಬಾಹು,

ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮದಂತೆ $\Delta OMP \cong \Delta ONP \Rightarrow \angle OPM=\angle OPN$



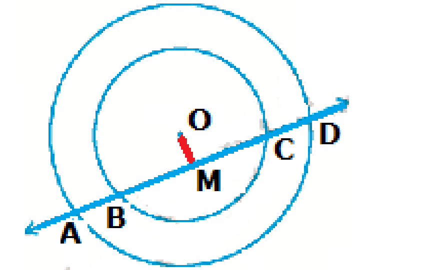
12.4.4. ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವು O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಎರಡು ಏಕ ಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು (ಒಂದೇ ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಗಳು) A,B,C ಮತ್ತು D ಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ. AB = CD ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$OM \perp AD$ ಎಳೆದಿದೆ.

ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾ ಗೆ(AD) ಎಳೆದ ಲಂಬವು ಜ್ಯಾ ವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುವುದರಿಂದ AM=MD

ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾ ಗೆ(BC) ಎಳೆದ ಲಂಬವು ಜ್ಯಾ ವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುವುದರಿಂದ BM=MC

$\therefore$ AB=AM-BM=MD-MC=CD



12.4.5. ರೇಷ್ಮಾ, ಸಲ್ಮಾ, ಮಂದೀಪ್ ಎಂಬ ಮೂವರು ಹುಡುಗಿಯರು ಒಂದು ಉದ್ಯಾನವನದಲ್ಲಿ 5 ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ನಿಂತು ಆಟವಾಡುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ರೇಷ್ಮಾ ಸಲ್ಮಾಳಿಗೆ ಚೆಂಡು ಎಸೆದರೆ, ಸಲ್ಮಾ ಮಂದೀಪ್‌ಗೆ ಹಾಗೂ ಮಂದೀಪ್ ರೇಷ್ಮಾ ಳಿಗೆ ಚೆಂಡು ಎಸೆಯುತ್ತಾರೆ. ರೇಷ್ಮಾ ಮತ್ತು ಸಲ್ಮಾ ಹಾಗೂ ಸಲ್ಮಾ ಮತ್ತು ಮಂದೀಪ್ ಇವರುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 6m ಆದರೆ, ರೇಷ್ಮಾ ಮತ್ತು ಮಂದೀಪ್ ನಡುವಿನ ದೂರವೇನು?

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ರೇಷ್ಮಾ, ಸಲ್ಮಾ, ಮಂದೀಪ್ ಇವರುಗಳು ನಿಂತಿರುವ ಜಾಗ ಕ್ರಮವಾಗಿ R,S,M ಆಗಿರಲಿ.

OR=OM=OS=5m & RS=SM=6m   OP=x ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ PS=5-x

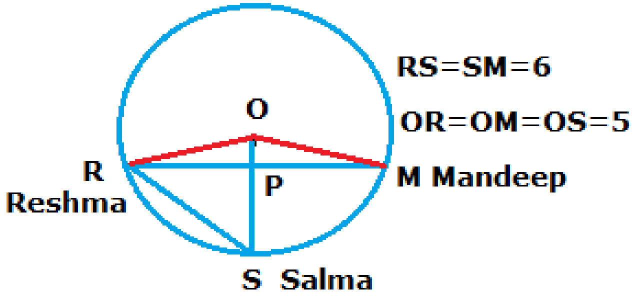
ΔORP ಯಲ್ಲಿ $OR^2=RP^2+OP^2 \Rightarrow RP^2=5^2-x^2=25-x^2$ --------(1)

ΔRPS ನಲ್ಲಿ $RS^2=RP^2+PS^2 \Rightarrow RP^2=6^2-(5-x)^2=36-(25+x^2-10x)$ -----(2)

$(1)=(2) \Rightarrow 25-x^2=36-25-x^2+10x \Rightarrow 10x=25-11=14 \quad \therefore x=1.4$

(1) ರಿಂದ $RP^2=25-1.4*1.4=25-1.96=23.04 \quad RP=\sqrt{23.04}=4.8$

RM=2RP=2*4.8=9.6m



12.4.6. ಒಂದು ಕಾಲೋನಿಯಲ್ಲಿ 20m ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನವಿದೆ. ಅಂಕುರ, ಸೈಯದ್, ಡೇವಿಡ್ ಎಂಬ ಮೂರು ಹುಡುಗರು ಈ ಉದ್ಯಾನವನದ ಅಂಚಿನಲ್ಲಿ ಸಮದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಕುಳಿತಿರುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಲ್ಲಿಯೂ ಪರಸ್ಪರ ಮಾತನಾಡಲು ಆಟಿಕೆಯ ಟೆಲಿಫೋನ್ ಇದೆ. ಪ್ರತಿ ಫೋನಿನ ತಂತಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

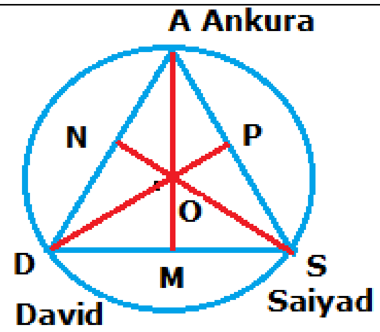
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅಂಕುರ, ಸೈಯದ್, ಡೇವಿಡ್ ಇವರುಗಳು ಕುಳಿತಿರುವ ಜಾಗ ಕ್ರಮವಾಗಿ A,S,D ಆಗಿರಲಿ.

ದತ್ತದಂತೆ AD=DS=SA. ΔASD ಯು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ. AM,DP,SN ಗಳು ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯ ರೇಖೆಗಳು.

ಪಾಠ 6.5 ರಲ್ಲಿ ಕಲಿತಂತೆ ಈ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳು ಪರಿಕೇಂದ್ರ(O) ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದು ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳನ್ನು 2:1 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ OA:OM=OD:OP=OS:ON=2:1

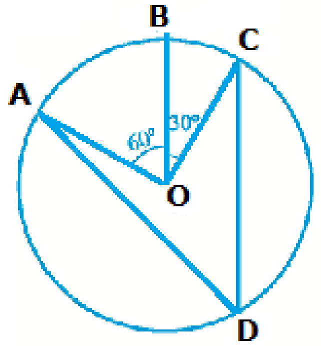
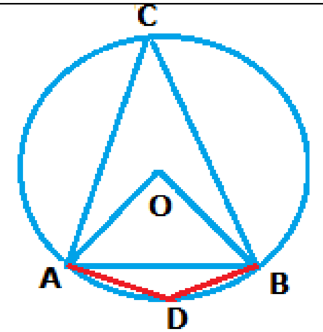
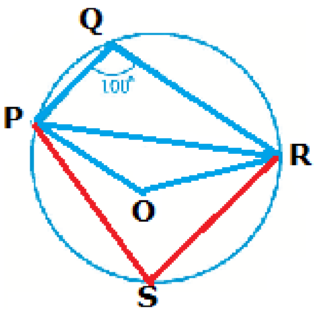
OA=20m ಎಂದು ನೀಡಿರುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು OA:OM=2:1 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ OM=10m ಆಗಿದೆ.

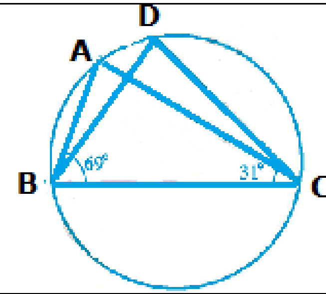
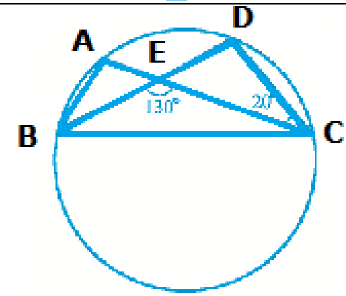
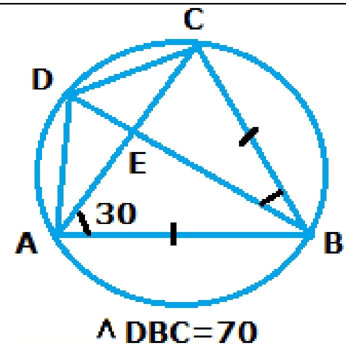
$\Rightarrow$ AM=AO+OD=30 ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ a ಆದರೆ ಅದರ ಎತ್ತರ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$a ಎಂದು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ.

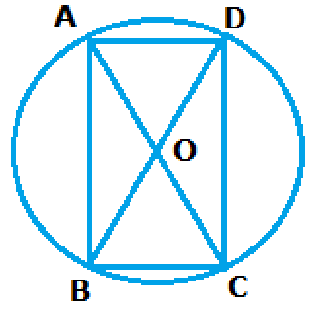
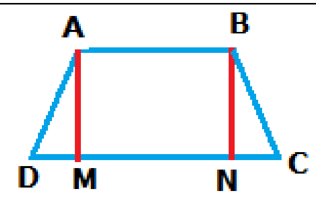
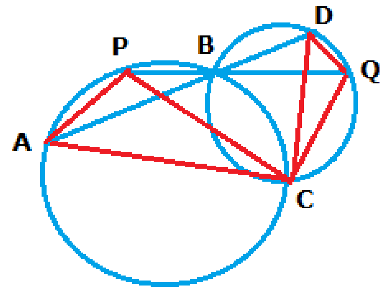


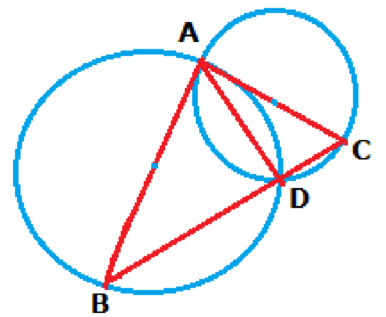
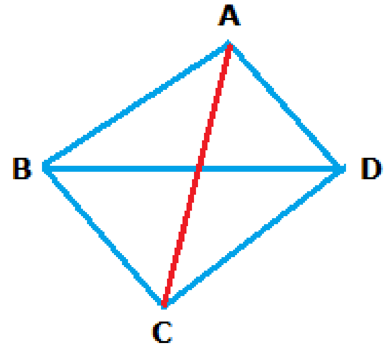
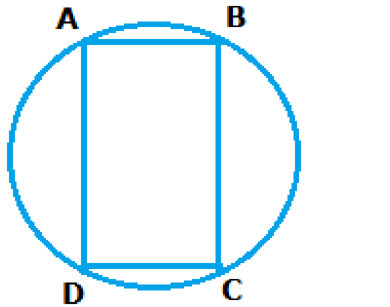
$\therefore AM=30=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)AS \Rightarrow AS=2*30*\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=2*10*\sqrt{3}*\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=20*\sqrt{3}\,m=AD=DS$ (ಪ್ರತಿ ತಂತಿಯ ಉದ್ದ)

ಅಭ್ಯಾಸ 12.5

1	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ $\angle BOC=30^{\circ}$ ಮತ್ತು $\angle AOB=60^{\circ}$ ಇರುವಂತೆ A,B,C ಗಳು ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳು. ಕಂಸ ABC ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ D ಯು ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದುವಾದರೆ $\angle ADC$ ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	
ಉ	$\angle AOC=\angle AOB+\angle BOC=60^{\circ}+30^{\circ}=90^{\circ}$ ಒಂದು ಕಂಸದಿಂದಾಗಿ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಕೋನವು ಅದೇ ಕಂಸದಿಂದಾಗಿ ವೃತ್ತದ ಇತರ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಕೋನದ ಎರಡರಷ್ಟಿರುವುದರಿಂದ $\angle AOC=2\angle ADC$ $\therefore$ $\angle ADC=45^{\circ}$	
2	ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾವು ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದೆ. ಆ ಜ್ಯಾದಿಂದಾಗಿ ವೃತ್ತದ ಲಘುಕಂಸದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಅಧಿಕಕಂಸದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಡುವ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ	
ಉ	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ OA=OB=AB ಆಗಿದೆ. $\Rightarrow \Delta OAB$ ಯು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ $\therefore \angle AOB=60^{\circ}$ $\Rightarrow \angle ACB=30^{\circ}$. ACBD ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle ACB+\angle ADB=180^{\circ}$ $\therefore \angle ADB=180^{\circ}-\angle ACB=180^{\circ}-30^{\circ}=150^{\circ}$	
3	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle PQR=100^{\circ}$ P,Q,R ಗಳು O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು, $\angle OPR$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	
ಉ	S ಅಧಿಕ ಕಂಸದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವು ಆಗಿರಲಿ. PQRS ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle PQR+\angle PSR=180^{\circ} \Rightarrow \angle PSR=180^{\circ}-\angle PQR=180^{\circ}-100^{\circ}=80^{\circ}$ $\angle POR=2\angle PSR$ $\therefore$ $\angle POR=160^{\circ}$ Δ OPR ನಲ್ಲಿ $\angle OPR+\angle PRO+\angle POR=180^{\circ}$ $\therefore \angle OPR+\angle PRO=180^{\circ}-\angle POR=180^{\circ}-160^{\circ}=20^{\circ}$ OP=OR $\Rightarrow \Delta$ OPR ಯು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ $\therefore \angle OPR=\angle ORP=10^{\circ}$	

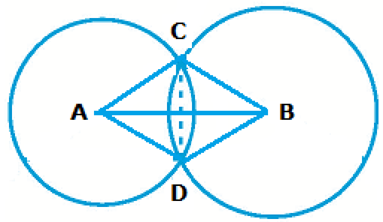
4	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle ABC=69^{O}$ $\angle ACB=31^{O}$ ಆದರೆ $\angle BDC$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ	
ಉ	Δ ABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC+\angle BAC+\angle ACB=180^{O}$ $\Rightarrow \angle BAC=180^{O}-\angle ABC-\angle ACB=180^{O}-69^{O}-31^{O}=80^{O}$ $\because$ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಒಂದೇ ಖಂಡದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle BDC=\angle BAC=80^{O}$	
5	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ A,B,C ಮತ್ತು D ಗಳು ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ನಾಲ್ಕು ಬಿಂದುಗಳು $\angle BEC=130^{O}$ ಮತ್ತು $\angle ECD=20^{O}$ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು E ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $\angle BAC$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	
ಉ	$\angle BEC+\angle DEC=180^{O} \Rightarrow \angle DEC=180^{O}-\angle BEC=180^{O}-130^{O}=50^{O}$ Δ ECD ಯಲ್ಲಿ $\angle DEC+\angle ECD+\angle EDC=180^{O}$ $\therefore \angle EDC=180^{O}-50^{O}-20^{O}=110^{O}$ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಒಂದೇ ಖಂಡದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle BAC=\angle BDC=110^{O}$	
6	ABCD ಯು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ. ಅದರ ಕರ್ಣಗಳು E ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $\angle DBC=70^{O}$, $\angle BAC=30^{O}$ ಆದರೆ $\angle BCD$ ಯನ್ನು ಹಾಗೆಯೇ AB = BC ಆದರೆ $\angle ECD$ ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ	
ಉ	ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಒಂದೇ ಖಂಡದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle BAC=\angle BDC=30^{O}$ Δ BCD ಯಲ್ಲಿ $\angle DBC+\angle BDC+\angle BCD=180^{O}$ $\therefore \angle BCD=180^{O}-70^{O}-30^{O}=80^{O}$ AB=BC ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle BAC=\angle BCA=30^{O}$ $\therefore \angle ECD=\angle BCD-\angle BCA=80^{O}-30^{O}=50^{O}$	

7	ಒಂದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸಗಳಾದರೆ ಆ ಚತುರ್ಭುಜವು ಆಯತವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	ಅರ್ಧವೃತ್ತ ಖಂಡದಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಡುವ ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುತ್ತದೆ. AC ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle ADC=\angle ABC=90^{O}$ BD ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle BAD=\angle BCD=90^{O}$ ABCD ಯು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle ADC+\angle ABC=180^{O}$ & $\angle BAD+\angle BCD=180^{O}$ $\therefore \angle ADC=\angle ABC=\angle BAD=\angle BCD=90^{O} \Rightarrow$ ABCD ಯು ಆಯತ	
8	ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಸಮಾಂತರವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅದು ಚಕ್ರೀಯ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	AD=BC ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. $AM \perp DC$ & $BN \perp DC$ ಎಳೆದಿದೆ. $\angle AMD=\angle BNC=90^{O}$ ಲಂಬಕೋನ ΔADM ಮತ್ತು ΔBCN ಗಳಲ್ಲಿ ಲ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮದಂತೆ $\Delta ADM \cong \Delta BCN$ $\therefore \angle ADC=\angle BCD$. AD ಛೇದಕಕ್ಕೆ AB||DC ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle BAD+\angle ADC=180^{O}$ $\Rightarrow \angle BAD+\angle BCD=180^{O}$ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180^{O} ಆಗಿದ್ದರೆ ಅದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ABCD ಯು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ.	
9	ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು B ಮತ್ತು C ಗಳಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. B ಯ ಮೂಲಕ ಎಳೆದ ABD ಮತ್ತು PBQ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ A,D,P ಮತ್ತು Q ಗಳಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತದೆ. $\angle ACP=\angle QCD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	AP ಜ್ಯಾ $\Rightarrow \angle PBA=\angle PCA$ -----(1) DQ ಜ್ಯಾ $\Rightarrow \angle DBQ=\angle DCQ$ -----(2) $\angle PBA=\angle DBQ$ ----(3) ←----(ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು) (1), (2) & (3) ರಿಂದ $\angle PCA=\angle DCQ$	

10	ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವಂತೆ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆದರೆ, ಈ ವೃತ್ತಗಳ ಛೇದಕ ಬಿಂದುವು ತ್ರಿಭುಜದ 3ನೆಯ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ	
ಉ	AB ವ್ಯಾಸ $\Rightarrow \angle ADB=90^{\circ}$; AC ವ್ಯಾಸ $\Rightarrow \angle ADC=90^{\circ}$ $\therefore \angle ADB+\angle ADC=180^{\circ}$; $\angle BDC=\angle ADB+\angle ADC=180^{\circ}$ ಆಗಿದೆ. $\Rightarrow$ BDC ಸರಳ ರೇಖೆ $\Rightarrow$ ಈ ವೃತ್ತಗಳ ಛೇದಕ ಬಿಂದು D ಯು ತ್ರಿಭುಜದ 3ನೆಯ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿದೆ.	
11	ΔABC ಮತ್ತು ΔADC ಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಕರ್ಣ AC ಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು $\angle CAD=\angle CBD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	$\angle ABC=90^{\circ}$; $\angle ADC=90^{\circ}$ $\therefore \angle ABC+\angle ADC=180^{\circ}$ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಆಗಿದ್ದರೆ ಅದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ABCD ಯು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ. $\Rightarrow$ A,B,C &D ಬಿಂದುಗಳು ವೃತ್ತದ ಮೇಲೆ ಇವೆ. CD ಯು ಜ್ಯಾ ಆಗಿ ವೃತ್ತದ ಮೇಲೆ ಇದೆ. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಒಂದೇ ಖಂಡದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\angle CAD=\angle CBD$	
12	ಚಕ್ರೀಯ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವು ಆಯತವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	ABCD ಯು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ. $\therefore \angle A+\angle C=180^{\circ}$ ---(1) $\angle B+\angle D=180^{\circ}$ ----(2) ABCD ಯು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. $\therefore \angle A=\angle C$ ----(3) $\angle B=\angle D$ ----(4) (3) ರಿಂದ (1) ರಲ್ಲಿ $2\angle A=180^{\circ}$ $\therefore \angle A=90^{\circ}$ ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^{\circ}$ $\Rightarrow$ ABCD ಯು ಆಯತ	

ಅಭ್ಯಾಸ 12.6

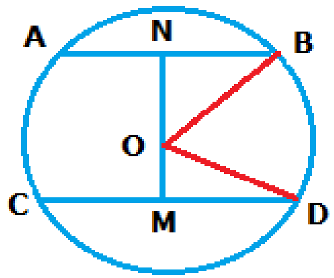
1 ಎರಡು ಛೇದಿಸುವ ವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ರೇಖೆಯು ಅವುಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಮನಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಉ ΔABC ಮತ್ತು ΔABD ಗಳಲ್ಲಿ $AC=AD$; $BC=BD$, AB ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು

ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮದಂತೆ $\Delta ABC \cong \Delta ABD \Rightarrow \angle ACB=\angle ADB$

2 5cm ಮತ್ತು 11cm ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ AB ಮತ್ತು CD ಜ್ಯಾಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದು, ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಪಾರ್ಶ್ವಗಳಲ್ಲಿವೆ. AB ಮತ್ತು CD ಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 6cm ಆದರೆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



ಉ $OM=x$ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $ON=6-x$. $OB=OD$; $AB=5cm \Rightarrow NB=\left(\frac{5}{2}\right)$ & $CD=11cm \Rightarrow MD=\left(\frac{11}{2}\right)$

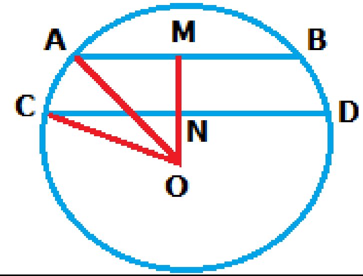
ΔDMO ನಲ್ಲಿ $OD^2=OM^2+MD^2=x^2+\left(\frac{11}{2}\right)^2$ -----(1)

ΔBNO ನಲ್ಲಿ $OB^2=ON^2+NB^2=(6-x)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2$ ---(2)

$(1)=(2) \Rightarrow x^2+\left(\frac{121}{4}\right)=36+x^2-12x+\left(\frac{25}{4}\right) \therefore 12x=36+\left(\frac{25-121}{4}\right)=36-24=12 \Rightarrow x=1$

(1) ರಿಂದ $OD^2=OM^2+MD^2=1^2+\left(\frac{11}{2}\right)^2=1+\left(\frac{121}{4}\right)=\left(\frac{125}{4}\right) \therefore OB=\left(\frac{5\sqrt{5}}{2}\right)cm$

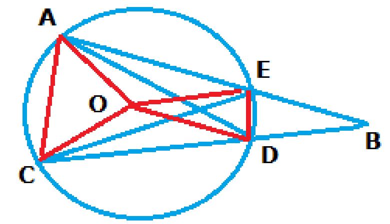
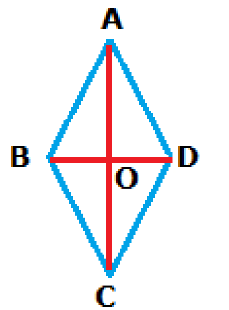
3 6cm ಮತ್ತು 8cm ಅಳತೆಯ ಜ್ಯಾಗಳು ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಚಿಕ್ಕ ಜ್ಯಾವು ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 4 cm ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಇನ್ನೊಂದು ಜ್ಯಾವು ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ?

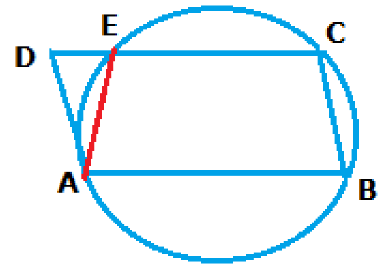
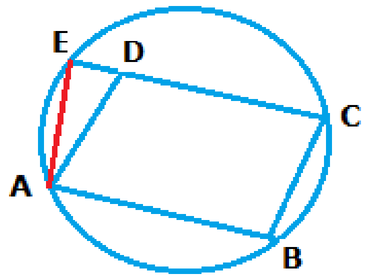
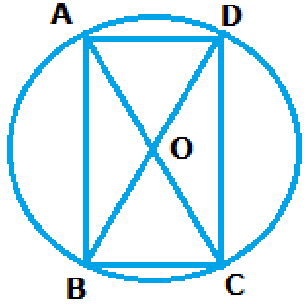


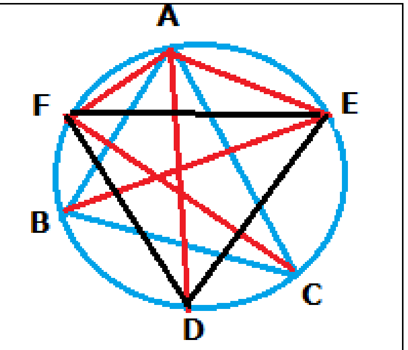
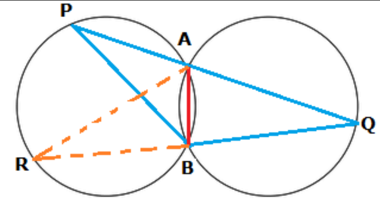
ಉ $OM=4cm$, $AB=6cm \Rightarrow AM=MB=3cm$; $CD=8cm \Rightarrow CN=ND=4cm$

ΔAOM ನಲ್ಲಿ $OA^2=AM^2+OM^2=3^2+4^2=25 \therefore OA=5cm=OC$

ΔONC ನಲ್ಲಿ $OC^2=CN^2+ON^2 \Rightarrow ON^2=OC^2-CN^2=25-16=9 \therefore ON=3cm$

4	$\angle ABC$ ಯ ಶೃಂಗವು ವೃತ್ತದ ಹೊರಗಿದೆ. ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾದ AD ಮತ್ತು CE ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದರೆ $\angle ABC$ ಯು AC ಮತ್ತು DE ಜ್ಯಾಗಳಿಂದ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	AD=CE AC ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಯಾ $\Rightarrow \angle AOC=2\angle AEC$ & $\angle AEC=\angle ADC \Rightarrow \angle AOC=2\angle ADC$ ---(1)	
	DE ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಯಾ $\Rightarrow \angle DOE=2\angle DCE$ & $\angle DCE=\angle DAE \Rightarrow \angle DOE=2\angle DAE$ ---(2) ತ್ರಿಭುಜದ ಹೊರಕೋನವು ಒಳಗಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ΔADB ಯಲ್ಲಿ $\angle ADC=\angle DAE+\angle ABC$ (1)-(2) $\Rightarrow \angle AOC-\angle DOE=2(\angle ADC-\angle DAE)=2(\angle DAE+\angle ABC-\angle DAE)=2\angle ABC$ $\therefore \angle ABC=\frac{1}{2}(\angle AOC-\angle DOE)$	
5	ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ, ಅದು ಕರ್ಣಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	ABCD ವಜ್ರಾಕೃತಿ. ಅದರ ಕರ್ಣ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು O ನಲ್ಲಿ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. $\Rightarrow \angle BOA=90^{O} \Rightarrow$ ಅರ್ಧವೃತ್ತ ಖಂಡದಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಡಬಹುದಾದ ಕೋನ ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ AB ವ್ಯಾಸವಾಗಿ ರಚಿಸಲ್ಪಡುವ ವೃತ್ತವು O ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗಲೇ ಬೇಕು	

6(i)	ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ A,B,C ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ವೃತ್ತವು CD ಯನ್ನು (ಅಗತ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ CD ವೃದ್ಧಿಸಿದ ಭಾಗವನ್ನು) E ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ AE=AD ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow \angle ABC=\angle ADE$ ---(1) ABCE ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow \angle ABC+\angle AEC=180^{0}$ -----(2) DEC ಸರಳ ರೇಖೆ $\Rightarrow \angle DEA+\angle AEC=180^{0}$ ----(3) (2)=(3) $\Rightarrow \angle DEA=\angle ABC$ ----(4) (1) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ $\angle DEA=\angle ADE \Rightarrow AD=AE$	
6(ii) ಉ	ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow \angle ABC=\angle ADC$ ---(1) ABCE ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow \angle ABC+\angle AED=180^{0}$ -----(2) EDC ಸರಳ ರೇಖೆ $\Rightarrow \angle ADE+\angle ADC=180^{0}$ ----(3) (1) ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $\angle ADE+\angle ABC=180^{0}$ ----(4) (2)=(4) $\Rightarrow \angle ADE=\angle AED \Rightarrow AD=AE$	
7	AC ಮತ್ತು BD ವೃತ್ತ ಜ್ಯಾಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾದರೆ, (i) AC ಮತ್ತು BD ಗಳು ವ್ಯಾಸಗಳಾಗಿವೆ. (ii) ABCD ಆಯತವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು ಕರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು AO=OC & BO=OD ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುವುದರಿಂದ ಅದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow$ AB=CD & AD=BC ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುವ ಜ್ಯಾಗಳೆಂದರೆ ಕೇವಲ ವ್ಯಾಸಗಳು ಮಾತ್ರ. $\Rightarrow$ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು ವ್ಯಾಸಗಳು $\Rightarrow$ ($\angle ADB=90^{0}$ & $\angle ABC=90^{0}$) ಮತ್ತು ($\angle BAD=90^{0}$ & $\angle BCD=90^{0}$) $\Rightarrow$ ABCD ಆಯತ	

8	Δ ABC ಯ A,B ಮತ್ತು C ಕೋನಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕರೇಖೆಗಳು Δ ABC ಯ ಪರಿವೃತ್ತವನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ D,E ಮತ್ತು F ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ Δ DEF ನ ಕೋನಗಳು $90^{O}-\frac{1}{2}A$, $90^{O}-\frac{1}{2}B$ ಮತ್ತು $90^{O}-\frac{1}{2}C$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	$\angle A+\angle B+\angle C=180^{O}$ $\therefore$ $\angle B+\angle C=180^{O}-\angle A$ $\Rightarrow \frac{1}{2}(\angle B+\angle C)=90^{O}-\frac{1}{2}\angle A$ ------(1) AE ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಯಾ $\Rightarrow \angle ADE=\angle ABE=\frac{1}{2}\angle B$ -------(2) AF ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಯಾ $\Rightarrow \angle ADF=\angle ACF=\frac{1}{2}\angle C$ ---------(3)	
	(1)+(2) $\Rightarrow$ $\angle D=\angle ADE+\angle ADF=\frac{1}{2}(\angle B+\angle C)=90^{O}-\frac{1}{2}\angle A$ ←----- (1) ರಿಂದ ಮೇಲಿನಂತೆ ಉಳಿದ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು	
9	ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ವೃತ್ತಗಳು A ಮತ್ತು B ಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. P ಮತ್ತು Q ಗಳು ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಮೇಲಿರುವಂತೆ A ಯ ಮೂಲಕ PAQ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಆದರೆ BP = BQ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.	
ಉ	ವೃತ್ತಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ PAB ವೃತ್ತವು QAB ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಆಗ AB ಜ್ಯಾ ದಿಂದ ಉಂಟಾದ ABQ ವು PAB ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ARB ಮೇಲೆ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದು. ಆಗ $\angle APB=\angle ARB=\angle AQB$ $\Rightarrow$ PB=QB	